Azərbaycan Respublikası Kənd Təsərrüfatı Nazirliyi
Azərbaycan Dövlət Aqrar Universiteti

Namiq Mustafayev

BALIQLARIN BİOMETRİYASI

(dərslik)

Azərbaycan Respublikası Elm və Təhsil Nazirliyinin 22 fevral 2024-cü il tarixli 3-29/3-2-67 F/2024 nömrəli əmri ilə dərslik kimi nəşr hüququ verilmişdir.

Bakı – 2024

UOT 574/577

Elmi redaktor:
b.e.d., prof. Ş.R.İbrahimov

Rəyçilər:
AMEA-nın müxbir üzvü, b.e.d., prof. İ.X.Ələkbərov
b.e.d. prof. M.M. Əliyev
b.e.d. A.Ə.Mehdiyev

Mustafayev Namiq Canəli oğlu. Balıqların biometriyası. Dərslik. Bakı-2024. ADPU-nəşriyyatı, 2024, 212 s.

ISBN 978-9952-39-173-2

Kitabda biometriyanın tarixi, balıqların morfoloji və bioloji göstəricilərinə dair nümunələrin toplanma qaydası, onların ilkin emalı, varisaiya sıralarının və cərgələrinin yaradılması, statistik hesablamaların aparılması, statistik göstəricilərin xətalarının hesablanması, nəticələrin nümayiş etdirilməsi üsulları və s. məlumatlar şərh olunmuşdur.

Kitab ali və orta texniki təhsil müəssisələrinin balıqçılıq, ixtiologiya, su heyvanlarının akvakulturası, hidrobiologiya və s. ixtisasları üzrə təhsil alan tələbələr, həmçinin doktorantlar və elmi işçilər üçün nəzərdə tutulmuşdur.

GİRİŞ

Biometriya riyazi statistika metodlarından istifadə etməklə bioloji tədqiqat məlumatlarının planlaşdırılması və emalı üçün tətbiq edilən üsulların məcmusudur. O həm də müəyyən bir tədqiqat üçün lazımi sayda əlamətləri hesablaya, planlaşdıra, yoxlanılan fərziyyənin reallığını qiymətləndirə bilən, təhlil olunan nəticələrin əhəmiyyətini və etibarlılığını ədədlə ifadə edən özünəməxsus yanaşma üsuludur.

Biometriya bioloji obyektlərdə dəyişən əlamətlərin öyrənilməsi metodlarını işləyib hazırlayır. Başqa sözlə biometriya canlı orqanizmlərdən götürülmüş çoxlu sayda nümunələrdə müşahidə olunan dəyişkənliyin qanunauyğunluqlarını statistika və ehtimal nəzəriyyəsi əsasında öyrənir. Lakin biometriyanı riyazi statistika və ehtimal nəzəriyyəsi ilə eyniləşdirmək olmaz. Bioloji elmlər sistemində müəyyən yer tutan biometriyanın özünəməxsus xüsusiyyətləri və fərqli cəhətləri vardır. Müasir biometriya aparılacaq tədqiqatlar zamanı toplanacaq çoxsaylı nümunələrin planlaşdırılması və onların nəticələrinin statistik emalı üçün bir vasitədir.

Balıq ehtiyatlarından səmərəli istifadə etmək üçün onların mövcüd ehtiyatlarının düzgün qiymətləndirilməsi, mümkün balıq ovuna dair düzgün proqnozların hazırlanması, balıq ovunun səmərəli təşkil olunması olduqca vacibdir. Ona görə də, müxtəlif növ balıqların əsas xarakterik xüsusiyyətlərinin öyrənilməsi zamanı əldə olunan məlumatların statistik təhlili tələb olunur. Bununla əlaqədar olaraq ixtioloji tədqiqatlar aparılan zaman balıqlara dair obyektiv keyfiyyət və kəmiyyət göstəricilərinin əldə olunması üçün biometriyanın müxtəlif üsul və metodlarından geniş istifadə olunur.

Toplanmış bioloji (ixtioloji) materialların statistik emalının və riyazi təhlilinin düzgün aparılmaması sonda səhv nəcənin alınmasına, yaxud onun ümumiyyətlə qəbul olunmamasına səbəb olur. Əksinə, biometrik metodlardan bacarıqla və düzgün istifadə edildikdə aşağıdakı müsbət nəticələr alınır: aparılmış tədqiqatın dəyəri artır; onun məqsədəuyğun şəkildə yerinə yetirilməsini planlaşdırmaq mümkün olur; əldə edilən məlumatlar tədqiqatçılar tərəfindən doğru və düzgün dərk olunur; müşahidələrin nəticələrini obyektiv izah etmək olur; ayrı-ayrı növlərdə və ya ümumilikdə populyasiyada mövcüd olan gizli qanunauyğunluqlar aşkara çıxarılır və onların düzgün şərh edilməsi mümkün olur. Bütün bunlar sonda biologiyanın dəqiq elm kimi ortaya çıxması ilə nəticələnir. Onu da nəzərə almaq lazımdır ki, təkcə riyazi hesablamaların və məlumatların statistik analizinin düzgün aparılması etibarlı nəticələrin əldə olunmasına gətirib çıxarmır. Belə ki, əgər tədqiqatçının topladığı ilkin məlumatlara dair qeydlər məsələn, plastik (ölçülən) əlamətlərin düzgün ölçülməməsi, meristik (sayılan) əlamətlərin dəqiq sayılmaması, metodların doğru seçilməməsi, müqayisələrin düzgün aparılmaması və s. səhv aparılıbsa, onda etibarlı nəticənin əldə olunmasından söhbət gedə bilməz.

Biologiyada riyazi və statistik metodların, o cümlədən tətbiqi üsullardan istifadə müəyyən statistik modelin seçilməsinə və onun eksperimental məlumatlara uyğunluğunun yoxlanmasına, habelə onun nəzərdən keçirilməsindən əldə olunan nəticələrin təhlilinə əsaslanır. Eksperimentin planlaşdırılması biometriyanın müstəqil bölməsidir və o, effektiv təcrübənin qurulması üsullarını (dispersiya, ardıcıl analizlər və s.) təsvir edir. Bu üsullar eyni məlumatın əldə olunması üçün eksperimentlərin həcminin (sayının) kəskin şəkildə azaldılmasına imkan verir.

Biologiyada riyazi üsullardan istifadə digər təbiət elmlərinə nisbətən çox gec başlamışdır. Belə ki, bioloqlar uzun müddət bioloji obyektlərin yalnız keyfiyyətcə (növün müəyyən edilməsi, onların yayıldığı ərazilərin aşkara çıxarılması, qida obyektlərinin müəyyən edilməsi və s.) öyrənilməsinə diqqət yetirmişlər. XIX əsrin sonlarından etibarən biologiyada bioloji obyektlərin kəmiyyət qiymətləndirməsi (növün fərdlərinin sayı, populyasiyanın sıxlığı, populyasiyada fərdlərin sayının azalması səbəbləri və s.) həyata keçirilməyə başlandı.

Bioloji məlumatların təhlili üçün statistik metodlardan istifadə etməyi ilk dəfə Belçikalı riyaziyyatçı, astronom, meteoroloq və sosioloq Adolf Ketle (1796-1874) təklif etmişdir. Bu tədqiqatçı 1835-ci ildə çap etdirdiyi "Sosial fizika və ya insan qabiliyyətlərinin inkişafının tədqiqi təcrübəsi" əsərində qeyd edir ki, o 10 min nəfər insanın boyunu ölçüb və ölçmələrin nəticələrini riyazi statistik üsullarla hesablayaraq orta qiymət alımışdır. A. Ketle orta qiyməti hesablayarkən aldığı rəqəmləri (hər bir insanın boy göstəricisini) qruplaşdırmışdır. O, bir-birinə yaxın olan rəqəmləri bir qrupda, fərqli rəqəmləri isə digər qruplarda yerləşdirmişdir. Tədqiqatçı orta qrupdan uzaqlaşdıqca digər qruplarda sayın azaldığını müşahidə etmişdir. Alınan orta qiymət boyu ölçülən insanların əksəriyyətinin boy göstəricisinə yaxın olmuşdur. A. Ketle aldığı orta göstəricini "orta boylu insan" adlandırmış və bu ifadə də o dövrdən meydana çıxmışdır.

A. Ketlenin əsərlərindən belə nəticə çıxarmaq olar ki, statistikanın vəzifəsi təkcə məlumatları toplamaq və təsnif etmək deyil, həm də mövcüd qanunauyğunluqları aşkara çıxarmaq üçün onları təhlil etməkdir. Qeyd olunanların öyrənilməsi isə sosial və bioloji hadisələrə dair əldə olunmuş statistik göstəricilərin elmi bilik mənbəyinə çevrilməsinə xidmət edir. A. Ketlenin apardığı tədqiqatlar statistika elminin tarixində dönüş nöqtəsi oldu. Onun tədqiqatları canlı təbiətdə müşahidə olunan hadisələrin, onların dövrliliyinin istiqamətinin inandırıcı və dəqiq riyazi üsullarla araşdırıla bilməsini göstərdi.

1. BİOMETRİYANIN BİR ELM KİMİ YARANMASI VƏ İNKİŞAFI

Biometriya elminin əsasını Frensis Halton (1822-1911) qoymuşdur. O, əvvəlcə həkim olmaq istəyirdi, lakin Kembric Universitetində oxuyarkən təbiətşünaslıq, meteorologiya, antropologiya, irsiyyət və təkamül nəzəriyyələri ilə tanış olduqdan sonra onda biometriya istiqamətində tədqiqatlar aparmağa həvəs yaranmışdı. F. Halton özünün 1889-cu ildə çap etdirdiyi "Təbii irsiyyət" əsərində ilk dəfə olaraq "Biometriya" terminini işlətmişdir.

1899-cu ildə Hermann Dunker (1874-1960) bioloji tədqiqatlarda istifadə olunan riyazi və statistik metodların cəmini əks etdirən başqa bir termini – "Variasiya statistikası" terminini təklif etdi. Beləliklə, hərfi mənaları eyni olmasa da, hər iki termin ("Biometriya" və "Variasiya statistikası") eyni problemin həll olunmasına xidmət edirdi. "Biometriya" anlayışı (yunanca "*bios*" – həyat və "*metron*" – ölçü) bioloji obyektlərin ölçülməsi, "Variasiya statistikası" termini (lat. "*variatio*" – ölçmə, dalğalanma və "*status*" vəziyyət) isə ölçmənin nəticələrinin statistik emalının necə həyata keçirilməsi deməkdir. Hər iki termin kifayət qədər dəqiq deyil. Ona görə də A.V. Leontoviç (1869-1943) 1909-cu ildə çap etdirdiyi "Səhvlərin qiymətləndirilməsi üçün Gauss metodunun tətbiqi" adlı kitabında və P.F. Rokitski 1973-cü ildə çapdan çıxmış "Bioloji Statistika" dərsliyində "Biometriya" və "Variasiya statistikası" terminlərini "Bioloji statistika" termini ilə əvəz etməyi təklif etdilər. Lakin bu yanaşma da qüsursuz olmadığına görə sonralar qəbul edilmədi. Y.L. Pomorski 1935-ci ildə çap etdirdiyi "Biometrik tədqiqatların üsulları" adlı əsərində belə bir nəticəyə gəldi ki, təklif olunan bütün terminlər içərisində "Biometriya" termini ən uğurlu hesab edilməlidir, çünki bu mövzunun məzmununu daha aydın şəkildə əks etdirir.

Statistika sahəsində F. Haltonun işləri ən mühüm kəmiyyətlərdən birinin – *korrelyasiyanın* kəşfinə gətirib çıxardı. Qeyd edək ki, bu istiqamətdə onun ilk qeydi 1888-ci ildə olmuşdur. Testlərin etibarlılığı, etibarlılığın müəyyən olunması, eləcə də faktor təhlili metodları üçün müasir üsullar, irsi əlamətlərin kəmiyyət xüsusiyyətlərinin orta qiymətə doğru necə reqresiya (geriyə doğru hərəkət) etməsinin müşahidəsinin nəticəsi birbaşa bu kəşflə bağlıdır. Məsələn, o qeyd etmişdi ki, çox uzunboylu insanların oğulları orta hesabla atalarından qısa, qısaboyluların oğulları isə əksinə, orta hesabla atalarından hündür olurlar. F. Halton korrelyasiya əmsalının əsas xassələrini əks etdirən qrafik üsulları işləyib hazırlamış və onun hesablanması üçün düstur təklif etmişdir.

Beləliklə, F. Halton yeni bir elmin əsasını qoymuş və ona Biometriya adını vermişdir. Onun tələbəsi, riyaziyyatçı Karl Pirson (1857-1936) isə bu elmin bir fənn kimi tədris olunması üçün lazımi işləri görmüşdür. O, biometriyanın riyazi strukturunu yaratmış, müxtəlif növ paylanma əyriləri haqqında doktrina və "*xi* kvadrat" (χ^2) meyarını işləyib hazırlamış, biometriyaya standart kənarlaşma, variasiya əmsalı kimi göstəriciləri daxil etmişdir. "*xi* kvadrat" testi – xüsusən iki dəyişənin öyrənilməsinə tətbiq olunan təsviri statistika testlərindəndir. Təsvir statistikası nümunələr haqqında məlumat əldə olunmasında istifadə olunur. Yəni iki dəyişən arasında müstəqilliyin mövcud olub-olmadığını "*xi* kvadrat" testi müəyyənləşdirir. İki dəyişənin müstəqil olması, onların bir-birindən asılı olmadığını göstərir. Məsələn, balığın kütləsi ilə onun uzunluğu arasında asılılıq var, biri artdıqda digəri də ona uyğun olaraq artır. Lakin balığın yaşı ilə onun üzgəclərinin sayı arasında heç bir asılılıq yoxdur. K. Pirson F. Haltonun nəzəriyyəsinə əsasən korrelyasiya əmsalını təyin etmək üçün bu günə qədər istifadə olunan və "Pirson korrelyasiya əmsalı" adlanan düsturu təklif etmişdir. 1903-cü ildə K. Pirson qohumluq əlamətləri nəzəriyyəsinin əsaslarını yaratdı. O, 1905-ci ildə qeyri-xətti korrelyasiya təhlilinin və qeyri-xətti reqressiya metodunun əsaslarına dair əsərini çap etdirdi.

F. Halton və K. Pirsonun tədqiqatları əvvəlcə elmi ictimaiyyət tərəfindən qəbul olunmadı, onların məqalələrinin aparıcı elmi nəşrlərdə dərc olunmasından imtina edildi. Ona görə də 1901-ci ildə K. Pirson “Biometriya” adlı jurnalın nəşrini təşkil etdi. Həmin jurnal indi də çap olunur və biometriya sahəsində hazırda nəşr olunan ən mötəbər jurnallardan biridir.

Biometriya sahəsində təqdim olunan ilk işlərə inamsızlığın əsas səbəblərindən biri onun çoxsaylı nümunələrin təhlilində istifadə olunması və “azsaylı nümunələrin” analizində isə tətbiq edilməməsi idi. Ona görə də əksər tədqiqatçılar biometriyanın təkilf olunan metodlarından praktikada istifadə edə bilmirdilər. Kiçik seçmə nəzəriyyəsi və hətta az miqdarda məlumatların statistik üsullardan istifadə etməklə təhlil olunması problemini ingilis alimi Villiam Sili Qosset (1876-1937) həll etdi. V. Gosset 1908-ci ildə Student (Tələbə) təxəllüsü ilə “Orta qiymətin ehtimal olunan səhvi” əsərini nəşr etdi və həmin əsərdə işləyib hazırladığı *t*-kriterini təsvir etdi. Bu kriteriya hazırda statistik hesablamalarda *t*-student kriteriyası kimi qəbul olunur.

Azsaylı nümunənin parametrlərinin qiymətləndirilməsi üzrə V. Qossetin işinin əhəmiyyətini ilk başa düşən və onları daha da inkişaf etdirən görkəmli ingilis bioloqu və statistiki R.Fişer (1890-1962) olmuşdur. Onun elmi işini həqiqətən də klassik elmin zirvəsi və müasir biometriyanın əsası hesab etmək olar. O, müasir tətbiqi statistikanın əsasını təşkil edən dispersiya analizi, eksperimental dizaynın statistik nəzəriyyəsi, maksimum ehtimal metodu və bir sıra digər hesablama üsullarının yaradıcısıdır.

Biometriyanın inkişafında rus və sovet alimlərinin də xidmətləri az olmamışdır. Belə ki, 20-ci əsrin əvvəllərində Sankt-Peterburq Politexnik İnstitutunda işləyən və ingilis biometriyaçılarının işinə xüsusi diqqət yetirən A.A. Çuprov

(1874-1926) biologiya problemləri üçün xüsusi olaraq statistik metodlar hazırlamağa başlamışdır.

Həmin vaxtdan etibarən təbiət elmləri ilə məşqul olan tədqiqatçılar riyazi metodları mənimsəməyə başladılar. Buna görkəmli fizioloq və neyrohistoloq A.V. Leontoviçin 1911-ci ildə "Statistika və biologiyada səhvlərin qiymətləndirilməsində Gauss və Pirson metodlarının tətbiqi üçün elementar vəsait" əsərinin nəşri çox kömək etdi. Bu əsər rusiyada riyaziyyatın biologiyaya və tibbə tətbiqinə dair ilk elmi vəsait idi.

Diferensial tənliklər, ehtimal nəzəriyyəsi və funksiyaların konstruktiv nəzəriyyəsi istiqamətində əsərlər S.N. Bernşteyn (1880-1968) tərəfindən yazılmışdır. Real dəyişənlərin funksiyaları nəzəriyyəsi, ədədlər nəzəriyyəsi və ehtimal nəzəriyyəsi sahəsində fundamental əsərlər yazan tədqiqatçılardan biri də A.Y. Xinçin (1894-1959) idi.

Təsadüfi funksiyaların (funksional fəzalarda paylanmalar) müasir nəzəriyyəsinin banilərindən biri də Y.Y. Slutskidir (1880-1948). O, eyni zamanda əlamətlər arasında korrelyasiya asılılığının qiymətləndirilməsi və bir neçə dəyişənli funksiyaların cədvəllərinin tərtib olunması istiqamətində də bir sıra tədqiqatlar aparmışdır.

B.S.Yastremski (1877-1962) riyazi, kənd təsərrüfatı statistikası və demoqrafiya sahəsində nəzəri və tətbiqi istiqamətdə yazılmış bir sıra elmi əsərlərin müəllifidir.

Məhşur bioloq S.S. Çetverikov (1880-1959) Q.Mendel genetikasının və Ç. Darvinin təkamül nəzəriyyəsinin sintezində mühüm nəticələr əldə etmiş təkamülçü genetikdir. O, sadə riyazi üsullardan istifadə edərək, təbii heyvan populyasiyalarında mutasiyaların yoxa çıxmadığını, onların gizli vəziyyətdə toplana, dəyişkənlik və təbii seçmə üçün material verə biləcəyini sübut etmişdir.

Keçmiş sovetlər birliyinin tanınmış bioloq alimi N.A. Ploxinskinin (1899-1988) bioloji statistikanın inkişafında və bu istiqamətdə aparılan tədqiqatların təşəkkül tapmasında misilsiz xidmətləri vardır. O, eksperimental məlumatların düzgün analiz edilməsi istiqamətində tədqiqatçılar məktəbini yaratmış və bioloq-tədqiqatçıların biometrik biliklərin öyrənilməsinə böyük əmək sərf etmişdir. Onun ilk kitabı 1937-ci ildə çap olunmuş "Zootexniyada statistik üsullar" əsəridir. Onun bioloji təhlillərin aparılması üçün təklif etdiyi metodlar hazırda da geniş şəkildə istifadə olunur.

Tanınmış bioloq və genetik Y.A. Filipçenko (1882-1930) genetik tədqiqatlarda riyazi statistikanın tətbiqi istiqamətində bir sıra işlərin müəllifidir. O, ölçmələr və statistik təhlil əsasında kranioloji xüsusiyyətlərin orta göstəriciləri ilə xarakterizə olunan əlamətləri aşkara çıxarmış və onların Mendel qanunlarına görə irsi olduğunu göstərmişdir. Y.A. Filipçenko yerinə yetirdiyi tədqiqat işlərində biometriyadan məharətlə istifadə etməklə yanaşı, həm də onu təbliğ edirdi. O, Leninqrad Biometriya məktəbinin banisi, Leninqrad Universitetində ilk genetika kafedrasını təşkil etmiş alimdir. Onun yazdığı "Dəyişkənlik və onun öyrənilməsi üsulları" adlı biometriya üzrə dərslik müəllifin sağlığında dörd dəfə (1923-1929 illərdə) çap olunmuşdur.

Zooloq və biometriya sahəsində tanınmış tədqiqatçı P.V. Terentyev (1903-1970) müasir biometriyanın inkişafına böyük töhfə vermişdir. O, 1936-cı ildə "Suda-quruda yaşayanların öyrənilməsində biometrik üsulların tətbiqi" mövzusunda namizədlik dissertasiyası müdafiə etmişdir. Keçmiş SSRİ-də onu haqlı olaraq nəzəri biocoğrafiya sahəsində, xüsusən də bu elmdə riyazi statistika və ehtimal nəzəriyyəsi metodlarının tətbiqi istiqamətində yenilikçi adlandırmışlar.

Bioloq və entomoloq A.A. Lyubişev (1890-1972) biologiyada riyazi metodların tətbiqi istiqamətində apardığı işlərlə, o cümlədən dispersiya təhlili üzrə çap etdirdiyi klassik əsərlərlə tanınır.

Bioloq V.İ. Vasileviç 1969-cu ildə "Geobotanikada statistik üsullar" adlı kitabını nəşr etdirmişdir. Müəllif bu əsərində geobotanika ilə bağlı riyazi metodları təfərrüatlı şərh etmiş, bu sahədə həmin dövrdə mövcud olan bütün dünya ədəbiyyatının ətraflı təhlilini aparmış, həmçinin bir sıra təkliflər vermişdir.

Bioloq, genetik L.A. Jivotovski populyasiya biometriyası, seleksiyanın riyazi modelləşdirilməsi və kənd təsərrüfatı heyvanlarının populyasiyalarında genetik proseslər sahəsində bir sıra elmi məqalələrin müəllifidir.

Yerinə yetirilən tədqiqatlarda biometriyanın artan rolu təbii olaraq bioloji mütəxəssislərin hazırlanmasına təsir göstərmişdir. Ehtimal nəzəriyyəsi üzrə ilk dərslik "Ehtimalın riyazi nəzəriyyəsinin əsasları" 1846-cı ildə V.Y. Bunyakovski (1804-1889) tərəfindən çap olunmuşdur. Bu geniş elmi əsərdə nəzəriyyə ilə yanaşı, ən çətin və mürəkkəb praktiki məsələlərin yeni həll yolları ilə bağlı izahatlar verilmiş, bir sıra praktik məsələlər izah edilmiş, ehtimal nəzəriyyəsinin yaranma və inkişaf tarixi şərh olunmuşdur.

S.S. Çetverikov 1919-cu ildə Moskva Dövlət Universitetində genetikanın əsasları və biometriya kursunu oxuyan ilk tələbələrdən biri olmuşdur. O, 1924-cü ildə həmin universitetdə, genetika kafedrasında təhsil alan tələbələr üçün "Biometriyaya giriş" fənnini tədris edirdi. Moskva Dövlət Universitetində elmi və pedaqoji fəaliyyəti illərində biometriya üzrə bir neçə dərslik, o cümlədən "Biometriya", "Biometrik alqoritmlər", "Dispersiya analizi" nəşr etdirən N.A. Ploxinskini onun varisi hesab etmək olar.

P.F. Rokitskinin (1903-1977) də bioloji materialların statistik təhlilinin əsaslarının tədrisində, elmi məlumatların statistik emalında böyük xidmətləri olmuşdur. O, Moskva Dövlət Universitetinin "Genetika", Moskva İnstitutunun "Xəzdəri yetişdirmə və genetika", Belarus Universitetinin "Onurğalılar zoologiyası" kafedralarında işləyərək uzun illər SSRİ ali məktəblərində bioloji statistikanın əsas dərsliyinə çevrilmiş "Bioloji statistika" ümumi kursunu tədris etmiş, 1961-ci ildə

“Bioloqlar üçün variasiya statistikasının əsasları” və 1964-1973-cü illərdə “Bioloji statistika” dərsliklərini çap etdirmişdir.

Y.L. Pomorski, V.P. Levinski və A.A. Sapegin aqronomlar, bioloqlar, həkimlər və müəllimlər üçün bir sıra tədris statistik ədəbiyyatları nəşr etdirmişlər.

Biometriyanın inkişaf tarixi heç də həmişə yüksələn xətt üzrə getməmişdir. 1929-33-cü illərdə keçmiş SSRİ-də biologiyada, xüsusən də genetikada qazanılmış əlamətlərin irsiyyət problemi və genlərin reallığı istiqamətində qızğın müzakirələr gedirdi. Lakin 1948-ci ildə Ümumrusiya Kənd Təsərrüfatı Elmləri Akademiyasında genetikanın məhvi ilə başa çatan bədnam avqust sessiyası keçirildi. Bu sessiyada yekun nitqi ilə çıxış edən T.D. Lısenko (o vaxtlar Ümumrusiya Kənd Təsərrüfatı Elmləri Akademiyasının prezidenti idi) nəhayət tezisini formalaşdırdı: “Ehtimal nəzəriyyəsi və statistika yalnız Mendelist-Morganistlərə lazımdır, “Miçurin biologiyası”na isə bu elmlər lazım deyil”.

Genetiklər “menşevik idealizmi” adlandırılan cərəyan sırasına daxil edildilər və eksperimental və populyasiya genetikası məktəbinin banisi S.S. Çetverikov Moskvadan qovuldu. Bu hadisə sovet biometriya məktəbinə ilk ciddi zərbə oldu.

23 avqust 1948-ci ildə SSRİ Ali Təhsil Naziri S.V. Kaftanov “Universitetlərdə biologiya fənlərinin tədrisinin vəziyyəti və biologiya fakültələrinin Miçurin bioloqlarının ixtisaslı kadrları ilə gücləndirilməsi tədbirləri haqqında” əmr verir ki, ona uyğun olaraq universitetlərdə aspirantların dissertasiya işlərinin planlarına və mövzularına yenidən baxılması üçün komissiyalar yaradılır. Genetika və seleksiyaya aid dərsliklər kitabxanalardan çıxarılır. Həmin əsərlərin əksəriyyətində biometriyaya dair dəyərli məlumatlar var idi. Bu əsərlərin müəllifləri genetika istiqamətində əhəmiyyətli tədqiqatlar aparmış alimlər olmuşdur. Qeyd olunanlar SSRİ biometriya məktəbinin ləğvində növbəti addım oldu. Daha sonra Kənd təsərrüfatı statistikası sahəsində görkəmli alim,

genetikanın müdafiəçisi V.S. Nemçinov (1894-1964) SSRİ ali təhsil nazirinin əmri ilə Timiryazev adına Kənd Təsərrüfatı Akademiyasının rektoru vəzifəsindən kənarlaşdırıldı.

İ.V. Stalinin ölümündən sonra mətbuatda "lısenkonizmi" tənqid edən bir sıra məqalələr dərc olunmağa başlayır. 1955-ci ildə, Miçurinin 100 illik yubileyinin qeyd olunduğu vaxtda bu tip məqalələr daha çox yazılırdı. Həmin dövrdə SSRİ alimləri içərisində Beynəlxalq Biometriya Cəmiyyətin yeganə üzvü A.A. Lyubişev idi.

Ötən əsrin 50-ci illərinin ortalarında bioloji kibernetikanın baniləri A.A. Lyapunov (1911-1973), A.İ. Berq (1893-1979), genetika elminin təbliğatçısı R.L. Berq (1913-2006), sanitar və demoqrafik statistika sahəsində ən böyük mütəxəssis L.S. Kaminski (1889-1962), P.F. Rokitski (1903-1977), N.A. Ploxinsky (1899-1988) və başqalarının səyləri ilə biometrik metodların istifadəsi məcburi olmasa da, ən azından bioloji tədqiqatların arzuolunan elementinə çevrildi. 1957-ci ildə kənd təsərrüfatı universitetlərində və biologiya fakültələrində "Biometriya" kursunun tədrisi bərpa olundu. XX əsrin 60-cı illərindən etibarən riyazi modelləşdirmə geniş şəkildə inkişaf etdirildi. Bu cərəyanın formalaşması və inkişaf etdirilməsi Y.M. Svirejevin (1938-2007), N.N. Moiseyevin (1917-2000), R.A. Poluyektovun (1930-2012), V.A. Ratnerin (1932-2002), R.Q. Xleboprosun (1931-2017), İ.A. Terskovun (1918-1989), N.S. Mollasovkanın (1928-2011), A.D. Bazıkinin (1940-1994), V.İ. Belyayevin (1931-1999), Y.S. Kolesovun (1939-2009 və digərlərinin adları ilə bağlıdır.

SSRİ-də biometriyanın inkişafında elmi birliklər və cəmiyyətlər, tədqiqatçıların keçirdikləri seminarlar və konfransları da əhəmiyyətli rol oynamışdır. Leninqrad Dövlət Universitetində 1963-cü ildə təşkil olunmuş və V.İ. Vasileviçin sədrliyi altında fəaliyyət göstərmiş Ümumittifaq Botanika Cəmiyyətinin Riyazi Geobotanika Komissiyası, O.M. Kalinin və A.G. Bartın rəhbərlik etdiyi biometriya üzrə seminar uzun illər ictimai əsaslarla fəaliyyət göstərmişdir. 1974-cü ildə A.P. Leviç Moskva Dövlət Universitetində nəzəri biologiya sahəsində konstruktiv inkişafın işçi qrupunu yaradaraq ona rəhbərlik etmişdir. Həmin işçi qrup on il fəaliyyət göstərmişdir.

XX əsrin ikinci yarısından son dövrlərədək biologiyada riyazi statistikanın metodlarının tətbiqi istiqamətində bir sıra tədqiqatçıların – V.Y.Urbax, N.A.Ploxinski, Q.F.Lakin, A.A.Lyubişev, E.V.İvanter, E.V.İvanter, A.V.Korosov, V.Q.Volf, B.A.Dospexov, E.A.Dmitriyev, Q.N.Zaytsev, V.İ.Vasileviç, N.İ.Minkeviç, T.İ.Zaxarova, P.F.Rokitski, E.S.Ulanova, O.D.Sirotenko, E.S.Ulanova, V.N.Zabelin, A.V.Rojdestvensky, A.İ.Çebotarev, A.V.Rojdestvenski, A.V.Yejov, V.İ.Belyaev, A.V.Jigunov, İ.A.Markova, A.S.Bondarenko, A.V.Jigunov və digərlərinin xeyli sayda əsərləri çap olunmuşdur.

Biometriya öz tarixi inkişafında bioloji obyektlərin sırf şifahi təsvirindən onların ölçülməsinə, statistik hesablamalara, cədvəllərə, çoxsaylı materialların statistik təhlilinə qədər uzun və çətin bir yol keçmişdir. Müasir dövrümüzdə aparılan bioloji tədqiqatlarda riyazi statistika metodları daha geniş miqyasda istifadə olunur. Kompüterləşmə və kompüter proqramlarının inkişafı ilə əlaqədar olaraq biometriyanın imkanları da dəfələrlə artmışdır.

İxtioloji tədqiqatların yerinə yetirilməsində də biometrik metodlardan geniş istifadə olunur. Ötən əsrin 50-60-cı illərində ixtioloqlar müxtəlif riyazi üsulları fəal şəkildə mənimsəməyə və öz işlərində tətbiq etməyə başladılar. Ondan əvvəl ixtiologiya sahəsində aparılan tədqiqatlar zamanı hadisələrin yalnız keyfiyyətcə təhlili verilirdi. İ.F. Pravdin (1880-1963) balıqların tədqiqində biometrik metoddan geniş istifadə etmişdir. O, bir çox əsərlərində nəinki balıqların biometrik təsviri metodlarından istifadə etmiş, eyni zamanda onları ciddi şəkildə təkmilləşdirmiş, variasiya statistikası nəzəriyyəsini inkişaf etdirmiş və müasir şəklə salmışdır. Balıqların dəyişkənliyinin öyrənilməsi metodu onun sağlığında 1926-cı ildən 1939-cu ilə qədər üç dəfə nəşr olunmuş “Balıqların öyrənilməsinə dair dərslik” adlı məşhur əsərində təsvir edilmişdir. İ.F. Pravdin bu dərsliyin dördüncü nəşri üzərində işləyərkən qəflətən vəfat etdi və bu əsəri tamamlaya bilmədi. İ.F. Pravdinin ölümündən sonra onun həmkarları və tələbələri bu əsər üzərində işləyərək, onu təkmilləşdirdilər və 1966-cı ildə nəşr etdirdilər. Hazırda da bir çox ixtioloqlar bu dərslikdən əsas metodik vəsait kimi istifadə edir.

Müasir dövrdə ixtioloji tədqiqatların yerinə yetirilməsində riyazi modelləşdirmə üsullarından istifadə etmədən sanballı nəticələr əldə etmək mümkün deyil. Bu üsullar təkcə kəmiyyət hesablamalarını əldə etməyə deyil, həm də balıq populyasiyaları arasında olan qarşılıqlı münasibətləri də müəyyən etməyə imkan verir.

G.V. Nikolski 1963-cü ildə ixtiologiyada riyazi modelləşdirmə prinsipinin bioloji əsaslarını işləyib hazırladı. 1964-cü ildə V.V. Menşutkin balıq ehtiyatlarının müəyyən edilməsində bundan istifadə etmişdir. O, 1993-cü ildə su ekosistemlərinin modellərini hazırlayarkən obyektin məntiqi və riyazi təsvirini təklif etmişdir ki, bu da obyektin işini layihələndirmək, təhlil etmək və qiymətləndirmək məqsədilə kompüter proqramlarını hazırlamaq üçün istifadə edilə bilər.

Son zamanlar ixtioloji tədqiqatların yerinə yetirilməsində riyazi statistik metodların rolu və əhəmiyyəti xeyli artmışdır. Belə ki, yerinə yetirilən ixtioloji tədqiqatlarda riyazi statistikanın əsaslarının nəzərdən keçirilməsinə, müşahidələrin, təcrübələrin və tədqiqatların nəticələrinin emalına, eksperimental materialın qruplaşdırılmasına, dəqiqlik və etibarlılıq meyarlarının ən mühüm statistik göstəricilərinin müəyyənləşdirilməsinə, gözlənilməzliyin ölçülməsinə böyük diqqət yetirilir.

2. İXTİOLOJİ MATERİALLARIN TOPLANMASI ÜSULLARI VƏ ONLARIN EMALI QAYDALARI

2.1. Balıqlara dair nümunələrin toplanması və fiksə edilməsi

Tədqiqatın məqsədindən də xarakterindən asılı olaraq balıqlara dair nümunələrin toplanması və onların fiksə edilməsi üsulları müxtəlifdir. Məsələn, bioloji, morfoloji, morfofizioloji, parazitoloji, biokimyəvi və s. tədqiqatlar aparmaq üçün toplanan nümunələr bir-birindən fərqli qaydada toplanaraq fiksə olunur. Bioloji tədqiqatlar zamanı toplanan materiallarda balıqların növ mənsubiyyəti, uzunluq, kütlə, yaş, məhsuldarlıq və s. göstəriciləri müəyyən edilir. Bu göstəriciləri həm çöl şəraitində (materiallar toplanan yerdə), həm də laboratoriya şəraitində müəyyən etmək mümkündür. Çöl şəraitində adətən bioloji ölçülər müəyyən edilərkən ölçmə zamanı əldə olunmuş məlumatlar, habelə materialın toplandığı yerin koordinatları, su hövzəsinin adı, yerləşdiyi ərazi, balığın növü və s. haqqında məlumatlar xüsusi hazırlanmış qeydiyyat dəftərlərinə karandaşla yazılır. Məlumatların karandaşla yazılmasında məqsəd dəftərə yaş əllə toxunduqda və ya təsadüfən onun üzərinə su dağıldıqda məlumatların pozulmamasıdır.

Balıqlara dair toplanmış materiallar çoxsaylı olduqda, yaxud onların çöl şəraitində işlənməsi üçün imkan və ya kifayət qədər vaxt olmadıqda onları fiksə etmək lazım gəlir. Fiksə etmək üçün adətən 4 %-li formalin məhlulundan və ya 96%-li etil spirtindən istifadə edilir. Spirt balığın tərkibində olan yağları çıxardığına və onun ölçülərini nəzərə çarpacaq dərəcədə dəyişdirdiyinə görə yalnız müəyyən tədqiqatlar məqsədilə, məsələn genetik analizlər üçün materialların toplanması zamanı ondan istifadə olunur. Əksər tədqiqatlara dair toplanmış ixtioloji materialların fiksə edilməsində formalin məhlulundan daha çox istifadə edilir. Formalindən istifadə edərək xırda ölçülü balıqları fiksə edən zaman yaxşı olar ki, onlar diri halda məhlula salınsın. Diri halda formalin məhluluna salınmış balıqlar su ilə bərabər formalini də udurlar və bu da onların daxili orqanlarının da yaxşı fiksə olunmasına səbəb olur. İri ölçülü və ölmüş balıqlar isə fiksə olunan zaman onların qarın nahiyyəsinin 1-2 yerində xırda kəsiklər aparılır. Kəsilmiş hissədən formalin daxilə keçir ki, bu da materialın yaxşı fiksə olunmasına imkan verir. Balıqları fiksə edərkən onları qablara səliqə ilə yerləşdirmək lazımdır, çünki fiksəedicinin təsirindən onlar bərkiyir. Balıqlar formalın məhlulunda əyilmiş vəziyyətdə və ya əzilmiş qalarlarsa, sonrakı ölçmə işlərinin aparılmasına çətinlik yaranar.

Balıqlara dair toplanmış materialların yaxın məsafələrə və tez çatdırılması mümkün olduqda onları səliqəli şəkildə nəm əskiyə bükərək laboratoriyaya gətirib dondurucuya yerləşdirmək, sonradan isə növbə ilə ixtioloji metodlara uyğun olaraq tədqiq etmək olar. Toplanmış ixtioloji materialları donduraraq laboratoriyaya çatdırmaq da mümkündür.

Balıqların morfoloji əlamətləri plastik (ölçülən) və meristik (sayılan) olmaqla iki qrupa bölünür.

2.2. Balıqların plastik (ölçülən) əlamətlərinin adları və onların qısaldılmış formada yazılış qaydası

Balığın başının uzunluğu – *c*; başın hündürlüyü – *hc*; gözönü məsafə – *ao*; gözarxası məsafə – *po*; gözün diametri – *o*; alının eni – *io*; antedorsal məsafə – *aD*; anteventral məsafə – *aV*; anteanal məsafə – *aA*; postdorsal məsafə –*PD*; quyruq gövdəsinin uzunluğu – l_{caud}; bel üzgəcinin əsasının uzunluğu – *lD*; bel üzgəcinin ən uzun şüasının hündürlüyü – *hD*; anal üzgəcinin əsasının uzunluğu – *lA*; anal üzgəcinin ən uzun şüasının uzunluğu – *hA*; döş üzgəcinin uzunluğu – *lP*; qarın üzgəcinin uzunluğu – *lV*; döş və qarın üzgəcləri arasındakı məsafə – *P-V*; qarın və anal üzgəcləri arasındakı məsafə – *V-A*; bədənin ən böyük hündürlüyü – *H*; bədənin ən kiçik hündürlüyü – *h*; quyruq üzgəcinin üst payının uzunluğu – lC_1; quyruq üzgəcinin alt payının uzunluğu – lC_2.

2.3. Balıqların meristik (sayılan) əlamətlərinin adları və onların qısaldılmış formada yazılış qaydası

Balıqların üzgəclərində (bel, anal, quyruq, döş və qarın) olan şüaların sayı əsas morfometrik əlamətlərdən hesab olunur. Üzgəclərdə olan şüalar iki çür olur – sərt (tikan) və yumşaq (şaxələnmiş). Üzgəclərdə olan şüaların sayı, yan xətt orqanında olan pulcuqların sayı və s. növün bütün fərdlərində eyni olmadığına görə onlar tərəddüdlə yazılır. Məsələn, 10-15 ədəd. Yəni eyni növün müxtəlif fərdlərində yumşaq şüaların sayı 10-15 ədəd arasında dəyişir.

Balıqların əsas meristik əlamətləri və onlara dair misallar: bel üzgəcində olan şüaların sayı (sərt şüaların sayı rum rəqəmləri, yumşaq şüaların sayı isə ərəb rəqəmləri ilə yazılır) – *D* II-III 16-20 –yəni bel üzgəcində 2-3 ədəd sərt şüa və 16-20 ədəd yumşaq şüa var; bel üzgəcinin sonuncu sərt şüasında olan dişciklərin sayı – *D.sp.* 30-34 – yəni bel üzgəcinin sonuncu sərt şüasında 30-34 ədəd dişcik var; anal üzgəcində olan şüaların sayı – *A* II-IV 12-16 – yəni anal üzgəcində 2-4 ədəd sərt və 12-16 ədəd yumşaq şüa var; anal üzgəcinin sonuncu sərt şüasında olan dişciklərin sayı – *A.sp.* 32-39 – yəni anal üzgəcinin sonuncu sərt şüasında 32-39 ədəd dişcik var; quyruq üzgəcində olan şüaların sayı – *C* I 18-21 – yəni quyruq üzgəcində 1 ədəd sərt şüa və 18-21 ədəd yumşaq şüa var; döş üzgəcində olan şüaların sayı – *P* I-II 6-9 – yəni döş üzgəcində 1-2 ədəd sərt şüa və 6-9 ədəd yumşaq şüa var; qarın üzgəcində olan şüaların sayı – *V* II 7-10 – yəni qarın üzgəcində 1 ədəd sərt şüa və 7-10 ədəd yumşaq şüa olur; bədən üzərində olan xalların sayı – ədədlə göstərilir. məsələn, 10-15; bədən üzərində yerləşən zolaqların sayı –ədədlə göstərilir. məsələn, 5-7; bədən boyu yerləşən pulcuqların sayı – *Sp.l* 50-56 – yəni bədən boyu – başdan quyruq üzgəcinin əsasına qədər ardıcıl yerləşən pulcuqların sayı 50-56 arasında dəyişir; yan xətt orqanında olan pulcuqların sayı – *l.l.*45-57 – yəni balığın yan xətt orqanında olan pulcuqların sayı 45-57 arasında dəyişir; yan xətt orqanından yuxarıda yerləşən pulcuqların sayı – *nss.*8-12 – yəni balığın yan xətt orqanından yuxarıda yerləşən pulcuqların sayı 8-12 arasında dəyişir; yan xətt orqanından aşağıda yerləşən pulcuqların sayı – *nsi.* 4-7 – yəni balığın yan xətt orqanından aşağıda yerləşən pulcuqların sayı 4-7 arasında dəyişir; fəqərələrin sayı – *Vert.* 44-46 – yəni balığın onurğa sütununda olan fəqərələrin sayı 44-46 arasında dəyişir; ağızda olan dişlərin sayı – ədədlə göstərilir. məsələn, 9-14; qəlsəmə dişciklərinin sayı – *Sp.br.*27-45 – yəni balığın birinci qəlsəmə qövsündə yerləşən dişciklərin sayı 27-45 arasında dəyişir; qəlsəmə yarpaqcıqları – *La.br.* 54-82 – yəni balığın birinci qəlsəmə qövsündə olan yarpaqcıqların sayı 54-82 arasında dəyişir; udlaq dişlərinin sayı 2.5–5.2 kimi göstərilir – yəni udlaq dişləri iki sırada yerləşir, birinci sırada 2, ikinci sırada isə 5 diş var; bağırsaqda olan pilorik çıxıntıların sayı – ədədlə göstərilir. məsələn, 85-98.

2.4. Müxtəlif fəsilələrə aid olan balıqlarının ölçülməsi sxemləri

Balıqların növ mənsubiyyətinin müəyyən edilməsində onların diaqnostik xarakteristikasının təsviri üsulu əsas götürülür. Bunun üçün balıqların yuxarıda qeyd etdiyimiz meristik (sayılan) və plastik (ölçülən) əlamətlərini müəyyən etmək tələb olunur. Sistematikanın müxtəlif məsələlərinin həll olunması üçün biometrik üsullardan istifadə edilir. Bu zaman variasiya statistik metodlara üstünlük veriliri. Hazırda canlıların, o cümlədən də balıqların sistematikada genetik üsullar da tətbiq edilir. Lakin morfometrik tədqiqatlar sadə və rahat olduğu üçün onlardan, xüsusən də çöl şəraitində, daha geniş istifadə olunur.

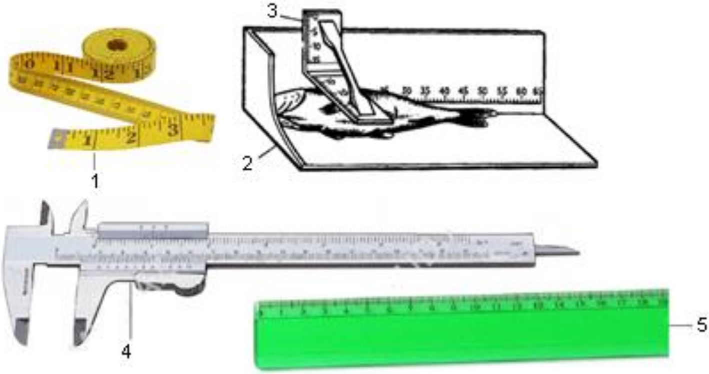
Balıqların morfometrik əlamətlərinin göstəriciləri su ekosistemlərində yaşayan balıq populyasiyalarının mövcüd vəziyyətinin qiymətləndirilməsi üçün əsas göstəricilərindən biridir və onlara ekoloji amillər əhəmiyyətli dərəcədə təsir göstərir. Balıqların bədən formaları, xüsusən də onların xarici və konstitusiya quruluşu birbaşa və ya dolayı yolla yaşayış mühitinin onlara təsirindən asılıdır.

Balıq növlərinin sistematikadakı yerinin müəyyən olunması üçün riyazi üsullardan istifadə tədqiqatçılara çox kömək edir. Bunun üçün aydın ölçülmə sxemlərinin (qaydalarının) olması vacibdir. Həm ölçmə qaydaları, həm də terminologiya elə seçilməlidir ki, digər tədqiqatçılar da onu başa düşsünlər və öz tədqiqatlarının nəticələri ilə müqayisə, təhlil və s. edə bilsinlər.

Hazırda müxtəlif balıq fəsilələrinin morfometrik əlamətlərinin ölçülməsi üçün bir sıra sxemlər mövcüddür. Bu sxemlər ayrı-ayrı vaxtlarda müxtəlif tədqiqatçılar tərəfindən hazırlanmışdır. Məsələn, 1886-cı ildə İsveç ixtioloqu F.A. Smit tərəfindən qızılbalıqlar fəsiləsinə, 1887-ci ildə rus alimi N.Y. Zoqraf tərəfindən nərəkimilər fəsiləsinə, 1898-ci ildə alman zooloqu F. Heink tərəfindən siyənəkkimilər fəsiləsinə, 1902-ci ildə rus ixtioloqu N.A. Varpaxovski tərəfindən xanıkimilər fəsiləsinə, 1927-ci ildə B.S. İlyin tərəfindən xulkimilər fəsiləsinə, 1925-ci ildə V.C. Mixin tərəfindən treskakimilər fəsiləsinə, 1951-ci ildə V.İ. Travin tərəfindən xanıkimilər fəsiləsinə, 1966-cı ildə İ.F. Pravdin tərəfindən qızılbalıqkimilər və çəkikimilər fəsiləsinə aid olan balıqlarının ölçülməsi üçün sxemlər təklif olunmuşdur.

Balıqların ölçülməsi zamanı onların ayrı-ayrı fərdlərinin bədən hissələri ölçülərək mütləq göstəriciləri müəyyən edilir. Plastik əlamətlərin yaşla, cinsiyyətlə, fəsillə və digər amillərlə əlaqədar olaraq dəyişkənliyə məruz qaldığını nəzərə alaraq onların mütləq göstəricilərinin bədən kütləsinə, bədən uzunluğuna, başın uzunluğuna və s. faizlə nisbətləri hesablanır.

Balıqların ölçülməsində müxtəlif növ alət və cihazlardan istifadə olunur. Məsələn, ölçü lenti, ölçü taxtası, ölçü üçbucağı, ştangenpərgar, xətkeş və s. (şəkil 2.1).



Şəkil 2.1. Balıqları ölçmək üçün alət və vasitələr:1 – ölçü lenti; 2 – ölçü taxtası; 3 – ölçü üçbucağı; 4 – ştangenpərgar; 5 – xətkeş.

Balıqların əksər əlamətlərinin uzunluq göstəriciləri mm, xırda ölçülü əlamətlərinki (məsələn, gözün diametri) isə 0,5 mm dəqiqliklə ölçülür.

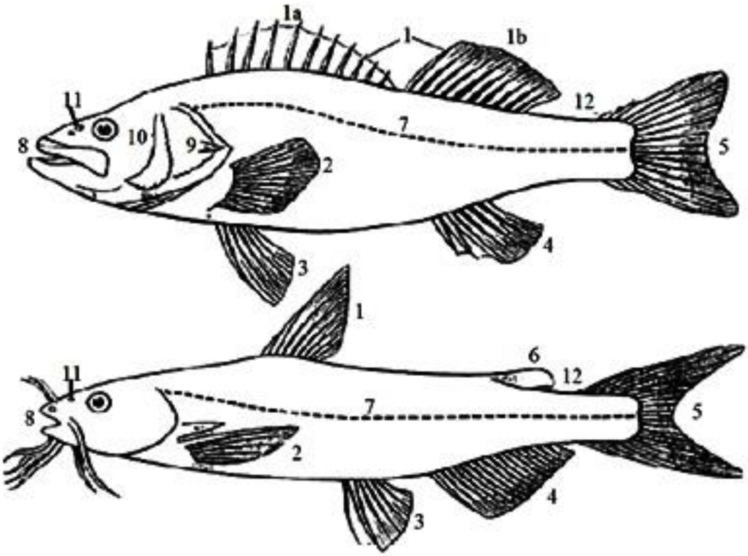
Balığın bədəni üç hissədən – baş, gövdə və quyruqdan ibarətdir. Bu hissələr bir-birindən kəskin sərhədlə ayrılmırlar. Başla bədən təxminən qəlsəmə qapaqlarının arxa hissəsi, bədənlə quyruq isə anal dəliyindən qaldırılmış perpendikulyar nahiyyəsində sərhədlənirlər (şəkil 2.2).

Şəkil 2.2. Balığın bədən hissələri: AB – baş hissə; BC – gövdə hissə; CD – quyruq hissə.

Balıqların başında aşağıdakı əlamətlər ayırd edilir: ağız; gözönü məsafə – başın ucundan gözün ön kənarına qədər olan məsafə; ağız boşluğu və udlaqla əlaqəsi olmayan iki kisəli burun dəlikləri; gözlər; yanaqlar – gözlərin arxa hissəsindən sağ və sol qapaqönü sümüklərin arxa kənarına qədər olan hissə; alın – iki göz arasındakı nahiyyə; qəlsəmə aparatını örtən qəlsəmə qapaqları; udlaq – qəlsəmələrin arxa hissəsindəki nahiyyə; spirakulum – gözlərdən arxa nahiyyədə yerləşən qəlsəmələrin rudimenti.

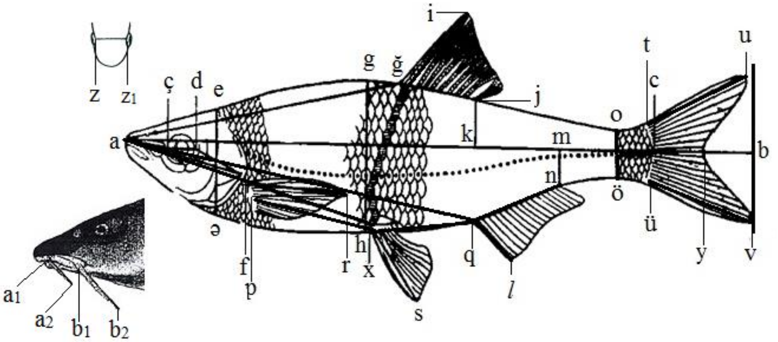
Əksər balıqlarda yan xətt orqanı vardır. Yan xətt oqranı bədənin yanlarında, bəzi növlərdə isə başın arxa nahiyyəsində də olur. Yan xətt orqanı əksər balıqlarda bədənin bel hissəsi ilə qarın hissəsini bir-birindən ayırır. Yan xətt orqanını təşkil edən pulcuqlar xüsusi deşiyə malik olub hidrostatik orqan funksiyasını yerinə yetirir.

Bədənin müvazinətini və hərəkəti tənzimləmək üçün balıqların bel, döş, qarın, anal və quyruq üzgəcləri vardır. Üzgəclər cüt və tək olmaqla iki yerə bölünürlər. Üzgəclər yumşaq dəri təbəqəsi ilə örtülmüş yumşaq və sərt şüalara malikdirlər. Tək üzgəclərə bel, anal, quyruq, cüt üzgəclərə isə döş və qarın üzgəcləri aiddir. Bəzi balıqlarda bel üzgəclərinin sayı iki və daha artıq ola bilər. Qızılbalıqlar üçün şüaları olmayan piy üzgəcinin olması xarakterikdir. Üzgəclərin yerləşməsinə görə də fərqlilik mümkündür. Bəzi balıq növlərində döş üzgəci başa yaxın və ya başdan bədənin geri hissəsinə tərəf, qarın üzgəci qarın hissədə olub bədənin orta nahiyyəsində, bəzən isə döş üzgəci bərabərliyində aşağıda yerləşir (şəkil 2.3).



Şəkil 2.3. Balıqların xarici quruluşu: 1 – bel üzgəcləri (1a –tikanlı hissə; 1b – yumşaq hissə); 2 – döş üzgəci; 3 – qarın üzgəci; 4 – anal üzgəci; 5 – quyruq üzgəci; 6 – piy üzgəci; 7 – yan xətt orqanı; 8 – ağız; 9 – qəlsəmə qapağı; 10 – qapaqönü hissə; 11 – burun dəlikləri; 12 – quyruq gövdəsi.

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi balıqların növ mənsubiyyətinin müəyyən olunmasında morfometrik əlamətlər (bədən hissələrinin ölçüləri) əsas rol oynayır. Cəkikimi balıqların əsas olçülən əlamətləri haqqında aşağıda məlumat verilmişdir (şəkil 2.4).



Şəkil 2.4. Çəkikimi balıqların ən çox istifadə edilən standart ölçülərinin sxemi (İ.F. Pravdinə görə): ab – bədənin ümumi uzunluğu; ac – bədənin standart uzunluğu; ay – Smitə görə uzunluq; af – başın uzunluğu; aç – gözönü məsafə və ya rostrumun uzunluğu; çd – gözün diametri; df – gözarxası məsafə; eə – başın hündürlüyü; z-z_1 – alının eni; a_1a_2 – birinci bığcığın uzunluğu; b_1b_2 – ikinci bığcığın uzunluğu; ağ – antedorsal məsafə; ax – anteventral məsafə; aq – anteanal məsafə; kc – postdorsal məsafə; mc – quyruq gövdəsinin uzunluğu; gh – bədənin ən böyük hündürlüyü; oö – bədənin ən kiçik hündürlüyü; ğj – bel üzgəcinin əsasının uzunluğu; ği – bel üzgəcinin ən uzun şüasının uzunluğu; qn – anal üzgəcinin əsasının uzunluğu; ql – anal üzgəcinin ən uzun şüasının uzunluğu; pr – döş üzgəcinin uzunluğu; xs – qarın üzgəcinin uzunluğu; px – döş və qarın üzgəcləri arasındakı məsafə; xq – qarın və anal üzgəcləri arasındakı məsafə; tu – quyruq üzgəcinin üst payının uzunluğu; üv – quyruq üzgəcinin alt payının uzunluğu; cy – quyruq üzgəcinin orta şüasının uzunluğu.

Bədənin ümumi uzunluğu (*TL* və ya *L*) – başın ucundan quyruq üzgəcinin alt və üst paylarının sonundan endirilmiş (və ya qaldırılmış) perpendikulyarın ortasına qədər olan məsafədir.

Əksər balıqların bədəninin standart uzunluğu (*SL* və ya *l*) – başın ucundan pulcuq örtüyünün sonuna qədər olan məsafədir. Pulcuqları olmayan balıqlarda bu göstərici quyruq üzgəcinin əsasına kimi ölçülür.

Burada çəkikimi balıqlar haqqında məlumat versək də siyənək və qızılbalıqlarda statistik hesablamalar bədənin Smitə görə uzunluğuna (*SL* (*Smit*)) görə hesablanır və həmin uzunluq başın ucundan quyruq üzgəcinin orta şüasının sonuna qədər olan məsafədir.

2.5. Balıqların plastik əlamətlərinin ölçülməsi üsulları

Balığın başının uzunluğu (*c*) – başın ucundan qəlsəmə qapağının sonuna qədər olan məsafədir.

Başın hündürlüyü (*hc*) – başın bədənə birləşən hissəsindəki hündürlüyüdür.

Gözönü məsafə (*ao*) – başın ucundan gözün ön hissəsinə qədər olan məsafədir.

Gözarxası məsafə (*po*) – gözün arxa hissəsindən qəlsəmə qapağının sonuna qədər olan məsafədir.

Gözün diametri (*o*) – gözün ön və arxa kənarları arasındakı məsafədir.

Alının eni (*io*) – iki göz arasındakı məsafədir.

Antedorsal məsafə (*aD*) – başın ucundan bel üzgəcinin bədənə birləşən nahiyyəsinin ön hissəsinə qədər olan məsafədir.

Anteventral məsafə (*aV*) – başın ucundan qarın üzgəcinin bədənə birləşən nahiyyəsinin ön hissəsinə qədər olan məsafədir.

Anteanal məsafə (*aA*) – başın ucundan anal üzgəcinin bədənə birləşən nahiyyəsinin ön hissəsinə qədər olan məsafədir.

Postdorsal məsafə (*PD*) – bel üzgəcinin sonundan endirilmiş perpendikilyarın ortasından pulcuq örtüyünün sonuna qədər olan məsafədir.

Quyruq gövdəsinin uzunluğu (l_{caud}) – anal üzgəcinin sonundan qaldırılmış perpendikilyarın ortasından pulcuq örtüyünün sonuna qədər olan məsafədir.

Bel üzgəcinin əsasının uzunluğu (*lD*) – bel üzgəcinin bədənə birləşən hissəsinin uzunluğudur.

Bel üzgəcinin ən uzun şüasının hündürlüyü (*hD*) – bel üzgəcinin əsasından onun ən uzun şüasının sonuna qədər olan məsafədir.

Anal üzgəcinin əsasının uzunluğu (*lA*) – anal üzgəcinin bədənə birləşən hissəsinin uzunluğudur.

Anal üzgəcinin ən uzun şüasının uzunluğu (*hA*) – anal üzgəcinin əsasından onun ən uzun şüasının sonuna qədər olan məsafədir.

Döş üzgəcinin uzunluğu (*lP*) – döş üzgəcinin bədənə birləşdiyi hissəsindən onun ucuna qədər olan məsafədir.

Qarın üzgəcinin uzunluğu (*lV*) – qarın üzgəcinin bədənə birləşdiyi hissəsindən onun ucuna qədər olan məsafədir.

Döş və qarın üzgəcləri arasındakı məsafə (*P-V*) – döş üzgəcinin bədənə birləşən nahiyyəsinin ön hissəsindən qarın üzgəcinin bədənə birləşən nahiyyəsinin ön hissəsinə qədər olan məsafədir.

Qarın və anal üzgəcləri arasındakı məsafə (*V-A*) – qarın üzgəcinin bədənə birləşən nahiyyəsinin ön hissəsindən anal üzgəcinin bədənə birləşən nahiyyəsinin ön hissəsinə qədər olan məsafədir.

Bədənin ən böyük hündürlüyü (*H*) – bədənin ən hündür hissəsinin, əksər balıqlarda bel üzgəcinin əsasına yaxın olan yerin hündürlüyüdür.

Bədənin ən kiçik hündürlüyü (*h*) – bədənin ən ensiz (alçaq) hissəsinin, quyruq nahiyyəsininn hündürlüyüdür. Əksər balıqlarda anal üzgəcindən bir qədər arxadakı hissədən ölçülür.

Quyruq üzgəcinin üst payının uzunluğu (lC_1) – quyruq üzgəcinin üst payının bədənə birləşən hissəsindən onun sonuna qədər olan məsafədir.

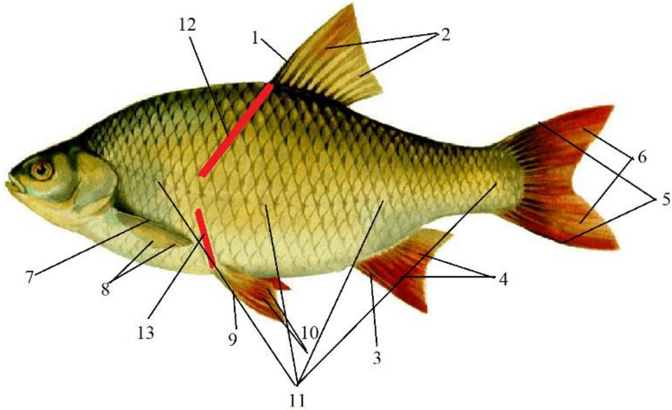
Quyruq üzgəcinin alt payının uzunluğu (lC_2) – quyruq üzgəcinin alt payının bədənə birləşən hissəsindən onun sonuna qədər olan məsafədir.

2.6. Balıqların meristik əlamətlərinin sayılması üsulları

Balıqların meristik əlamətlərini müəyyən etmək üçün şəkil 2.5-də göstərilmiş alətlərdən istifadə olunur.

Şəkil 2.5. Balıqların meristik əlamətlərini müəyyən etmək üçün alətlər: A_1, A_2, A_3, A_4 – müxtəlif növ pinsetlər; B_1, B_2 – müxtəlif növ skalpellər; C_1, C_2 – müxtəlif növ preparasiya iynələri.

Balıqların meristik əlamətləri şəkil 2.6-da verilmişdir. Bel üzgəcində olan şüaların sayını müəyyən etmək üçün üzgəci pinsetlə tutub balığın başına tərəf dartmaq, sonra isə iynə ilə orada olan şüaları bir-bir saymaq lazımdır. Adətən balıqların bel üzgəcində olan birinci şərt şüa dəridən aşağıda olduğu üçün görünmür, onu üzgəcin ön hissəsini skalpellə müəyyən qədər kəsdikdən sonra görmək olar.



Şəkil 2.6. Çəkikimilər fəsiləsindən olan balıqların meristik əlamətlərini göstərən sxem. 1 – bel üzgəcinin sərt şüaları; 2 – bel üzgəcinin yumşaq şüaları; 3 – anal üzgəcinin sərt şüaları; 4 – anal üzgəcinin yumşaq şüaları; 5 – quyruq üzgəcinin sərt şüaları; 6 – quyruq üzgəcinin yumşaq şüaları; 7 – döş üzgəcinin sərt şüaları; 8 – döş üzgəcinin yumşaq şüaları; 9 – qarın üzgəcinin yumşaq şüaları; 10 – qarın üzgəcinin sərt şüaları; 11 – yan xətt orqanının “deşikli” pulcuqları; 12 – yan xətt orqanından yuxarıda yerləşən pulcuqların sayı; 13 – yan xətt orqanından aşağıda yerləşən pulcuqların sayı.

Balıqların bel üzgəcinin sonuncu sərt şüasında olan dişciklərin sayını müəyyən etmək üçün pinset, iynə və lupadan istifadə edilir. Pinsetlə üzgəc şüası tutulut, lupadan istifadə etməklə dişciklər iynə ilə bir-bir sayılır.

Anal üzgəcində olan şüaların sayını müəyyən edilməsi də bel üzgəcindəki şüaların müəyyən edilməsi üsulu ilə həyata keçirilir. Bunun üçün anal üzgəcinin sərt şüası pinsetlə tutularaq balığın başı istiqamətində dartılır və onda olan şüalar bir-bir sayılır. Anal üzgəcində olan birinci sərt şüa da bəzən əzələ içərisində olur və onu skalpellə kəsib aşkara çıxarmaq olar.

Anal üzgəcinin sonuncu sərt şüasında olan dişciklərin sayı da bel üzgəcində olan dişciklərin sayıldığı üsulla sayılaraq müəyyən edilir.

Quyruq üzgəcində olan şüaların sayını müəyyən edən zaman üzgəcin yuxarı hissəsi bir, aşağı hissəsi isə digər pinsetlə tutularaq müvafiq istiqamətlərə – yuxarı və aşağı dartılır, sonra isə onda olan sərt və yumşaq şüalar bir-bir sayılır. Döş və qarın üzgəclərində olan şüaların sayı da bu qaydada müəyyən edilir.

Bədən üzərində olan xallar, zolaqlar bir-bir sayılaraq müəyyən edilir.

Bədən boyu yerləşən pulcuq sıralarını müəyyən etmək üçün balığın yan tərəfinin orta nahiyyəsində olan pulcuqlar sırası, başdan quyruq üzgəcinin əsasına qədər sayılır.

Yan xətt orqanında olan pulcuqların sayı müəyyən olunan zaman yalnız "deşikli" pulcuqları saymaq lazımdır. Yan xətt orqanı ətraf mühitdəki məlumatları (suyun hərəkətliliyi, temperaturu, maneələri və s.) qəbul edən hiss orqanıdır. "Deşikli" pulcuqlardan ibarət olan yan xətt orqanı əksər balıq növlərində bir sırada, bəzilərində isə bir neçə sırada yerləşə bilir. Yan xətt pulcuqlarının üzərindəki deşiklərə sinir sisteminin sensor kanalları açılır. Bu orqan bütün balıqlarda tam olmur, yəni bədən boyu başdan quyruq üzgəcinin əsasına kimi yerləşən pulcuqların hamısı "deşikli" olmur. Bəzən bir və ya bir neçə "deşikli" pulcuqdan sonrakı pulcuq bədənin digər hissələrində olan pulcuqlar kimi olur. Müəyyən növ balıqlarda yan xətt orqanı yalnız bədənin başa yaxın olan bir neçə (5-10 və s.) pulcuğundan ibarət olur. Məsələn, kərkə (*Rhodeus sericeus amarus*) balıqlarında. Bəzi balıqlarda (siyənəklərdə, kefallarda və s.) isə ümumiyyətlə yan xətt orqanı olmur. Yan xətt orqanı əsas morfometrik əlamətlərdən biriridir və balığın növ mənsubiyyətini müəyyən edilən zaman tədqiq olunur.

Yan xətt orqanından yuxarıda yerləşən pulcuqların sayı şəkil 2.6-da göstərildiyi kimi çəpinə qaydada sayılmaqla müəyyən edilir. Bunun üçün yan xətt orqanını təşkil edən "deşikli" pulcuqdan yuxarıda yerləşən birinci pulcuqdan bel üzgəcinin əsasına qədər olan bütün pulcuqlar sayılmalıdır.

Yan xətt orqanından aşağıda yerləşən pulcuqların sayı da şəkil 2.6-da əks olunduğu kimi çəpinə qaydada sayılaraq müəyyən edilir. Bu məqsədlə yan xətt orqanını əmələ gətirən "deşikli" pulcuqdan aşağıda yerləşən birinci pulcuqdan qarın üzgəcinin əsasına qədər olan pulcuqlar sayılmalıdır. Həm yan xətt orqanından yuxarıda, hən də ondan aşağıda yerləşən pulcuqlar bədənin digər nahiyyələrindən sayılarsa nəticə düzgün alınmayacaq. Yan xətt orqanında, ondan yuxarıda və aşağıda olan pulcuqların sayı müəyyən edildikdən sonra əldə olunmuş rəqəmlər aşağıdakı qaydada yazılır: $44\,\frac{5-9}{3-5}\,52$.

Burada kəsrin solundakı rəqəm (44) növə dair toplanmış nümunələr arasında yan xətt orqanında ən az, sağındakı rəqəm (52) isə ən çox olan pulcuqların sayıdır. Kəsrin sürətində yan xətt orqanından yuxarıda yerləşən ən az (5) və ən çox (9), məxrəcində isə yan xətt orqanından aşağıda yerləşən ən az (3) və ən çox (5) pulcuqların sayı haqqında məlumatlardır.

Fəqərələrin sayını müəyyən etmək üçün balıq bütöv halda 1-2 saat suda qaynadılır. Qaynadıldıqdan sonra balığın pulcuqları bir-bir pinsetlə təmizlənir, əzələləri didilir və skeletdə olan fəqərələr sayılır. Balıqlarda gövdəni təşkil edən fəqərələr quyruq fəqərələrindən fərqlənir. Balıqların fəqərələrini saymaq üçün rentgenoqrafiya üsulundan da istifadə olunur. Bunun üçün balığın rentgen fotosu çəkilir və ona əsasən fəqərələrin sayı müəyyən edilir.

Yırtıcı balıqların ağzında dişlər olur. Ölmüş balığın ağzı açılaraq qidanı tutmağa xidmət edən dişlər bir-bir sayılır.

Qəlsəmə dişciklərinin sayı da əsas morfometrik əlamətlərdən biridir. Siyənəkkimilərin təsnifatında bu əlamətdən geniş istifadə edilir. Qəlsəmə dişciklərini saymaq üçün birinci qəlsəmə qövsünün içəri tərəfində olan dişciklər sayılır.

Qəlsəmə yarpaqcıqlarının sayını müəyyən etmək üçün birinci qəlsəmə qövsünün xarici tərəfində yerləşən yarpaqçıqlar sayılır.

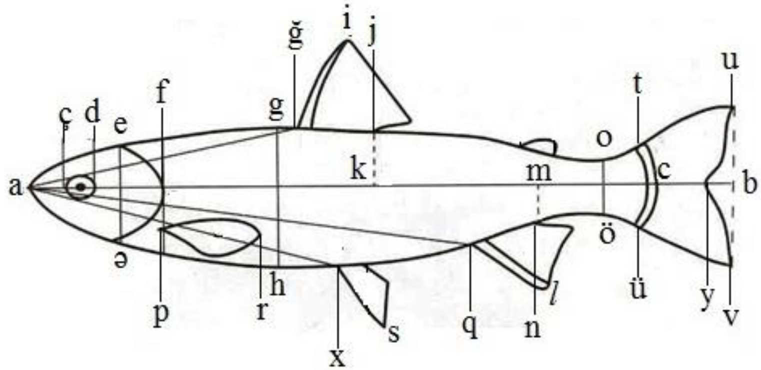
Udlaq dişlərinin sayı həm növün, həm də onun mənsub olduğu cinsin mənsubiyyətinin təyin olunmasında əsas əlamətlərdən biri hesab olunur. Balıqların udlaq dişləri beşinci qəlsəmə qövsünün üzərində yerləşir. Bu qövsün çıxarılması üçün çiyin sümüyünün üst tərəfi kəsilərək udlaq dişlərilə birlikdə çıxarılır. Çəkikimi balıqlarda udlaq dişləri bir, iki və ya üç cərgədə (sırada) yerləşə bilir. Udlaq dişlərini müəyyən formul əsasında yazılması qəbul olunmuşdur. Məsələn, 6–5 – yəni balığın sol qəlsəmə qövsündə 6, sağ qəlsəmə qövsündə isə 5 diş vardır. 3.5–5.3 – yəni balığın udlaq dişləri iki sırada yerləşir. Sol qəlsəmə qövsündə birinci sırada 3, ikinci sırada 5, sağ qəlsəmə qövsündə isə birinci sırada 5, ikinci sırada 3 diş var. Qəlsəmə dişciklərinin formulunun 1.1.3–3.1.1 şəklində olması isə sol qəlsəmə qövsündə birinci sırada 1, ikinci sırada 1, üçüncü sırada 3, sağ qəlsəmə qövsündə birinci sırada 3, ikinci sırada 1, üçüncü sırada 1 diş olduğunu göstərir.

Balıqların, xüsusilə də qızılbalıqkimilərin bağırsaqlarında olan pilorik çıxıntıların sayı da meristik əlamətlərdəndir. Bağırsaqda olan pilorik çıxıntıların sayını müəyyən etmək üçün balığın bağırsağı çıxarılaraq onlar bir-bir sayılır.

2.7. Balıqların morfometrik əlamətlərini ölçmək üçün təklif olunmuş sxemlər

Yuxarıda İ.F. Pravdinin çəkikimi balıqların morfometrik əlamətlərinin müəyyən edilməsi üçün təklif etdiyi sxemi və onun izahı verilmişdir. İndi isə ayrı-ayrı tədqiqatçıların müxtəlif balıq fəsilələrinə daxil olan balıqların morfometrik əlamətlərinin ölçülməsi üçün təklif etdikləri sxemləri nəzərdən keçirək.

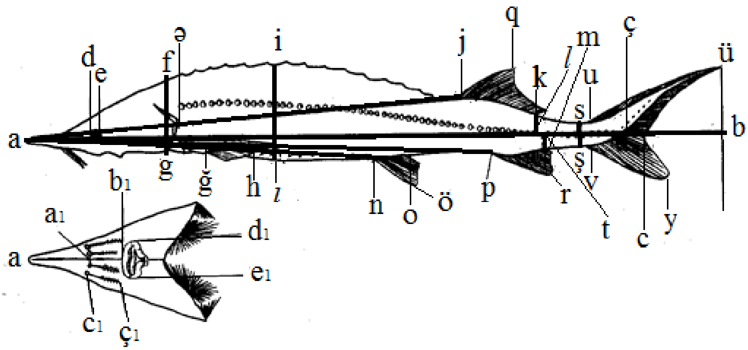
a. İ.F. Pravdinin qızılbalıqkimilərin morfometrik əlamətlərinin ölçülməsi üçün təklif etdiyi sxem (şəkil 2.7).



Şəkil 2.7. Qızılbalıqkimilərin morfometrik əlamətlərinin ölçülməsi sxemi (İ.F. Pravdinə görə): ab – balığın ümumi uzunluğu; ac – balığın standart uzunluğu; ay – balığın Smitə görə uzunluğu; af – başın uzunluğu; aç – gözönü məsafə; çd – gözün diametri; df – gözarxası məsafənin uzunluğu; eə – başın hündürlüyü; ağ – antedorsal məsafə; ax – anteventral məsafə; aq – anteanal məsafə; kc – postdorsal məsafə; mc – quyruq gövdəsinin əsasının uzunluğu; gh – bədənin ən böyük hündürlüyü; oö – bədənin ən kiçik hündürlüyü; ğj – bel üzgəcinin əsasının uzunluğu; ği – bel üzgəcinin ən uzun şüasının hündürlüyü; qn – anal üzgəcinin əsasının uzunluğu; q*l* – anal üzgəcinin ən uzun şüasının uzunluğu; pr – döş üzgəcinin uzunluğu; xs – qarın üzgəcinin uzunluğu; px – döş və qarın üzgəcləri arasındakı məsafə; xq – qarın və anal üzgəcləri arasındakı məsafə; tu – quyruq üzgəcinin üst payının uzunluğu; üv – quyruq üzgəcinin alt payının uzunluğu; cy – quyruq üzgəcinin orta şüasının uzunluğu.

Çəkikimi balıqlarla müqayisə etdikdə qızılbalıqkimilərin morfometrik əlamətlərində bir sıra fərqliliklər vardır. Qızılbaıqkimilərdə bədənin ən böyük hündürlüyü, antedorsal məsafə, anal üzgəcinin əsasının uzunluğu çəkikimilərə nisbətən azdır, əksinə döş və qarın üzgəcləri arasındakı məsafə çoxdur. Qızılbalıqkimilərdə piy üzgəci vardır, quyruq haçası dayazdır, bığcıqlar yoxdur. Qeyd etdiyimiz morfometrik əlamətlər müqayisə olunan fəsilələr arasında kəskin fərqlənən əlamətlərdir.

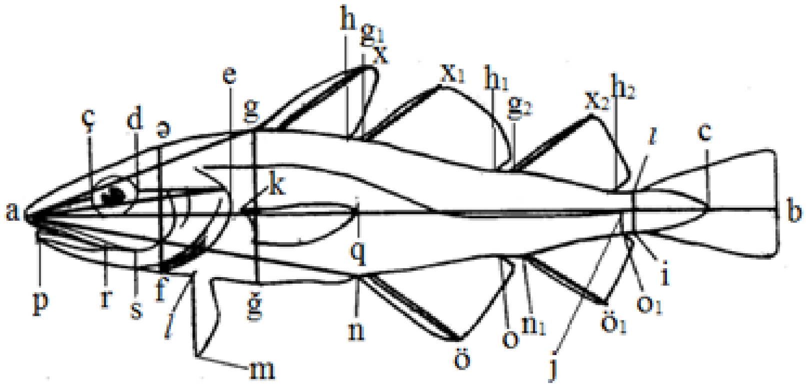
b. N.Y. Zoqrafın nərəkimilərin morfometrik əlamətlərinin ölçülməsi üçün təklif etdiyi sxem (şəkil 2.8).



Şəkil 2.8. Nərəkimilərin morfometrik əlamətlərinin ölçülməsi sxemi (N.Y. Zoqrafa görə): ab – balığın ümumi uzunluğu; aç – balığın standart uzunluğu; ac – balığın Smitə görə uzunluğu; aə – başın uzunluğu; ad – gözönü məsafə; de – gözün diametri; eə – gözarxası məsafənin uzunluğu; fg – başın hündürlüyü; aj – antedorsal məsafə; an – anteventral məsafə; ap – anteanal məsafə; *l*ç – postdorsal məsafə; tç – quyruq gövdəsinin əsasının uzunluğu; i*ı* – bədənin ən böyük hündürlüyü; sş – bədənin ən kiçik hündürlüyü; jk – bel üzgəcinin əsasının uzunluğu; jq – bel üzgəcinin hündürlüyü; pm – anal üzgəcinin əsasının uzunluğu; pr – anal üzgəcinin ən uzun şüasının uzunluğu; ğh – döş üzgəcinin uzunluğu; nö – qarın üzgəcinin uzunluğu; ğn – döş və qarın üzgəcləri arasındakı məsafə; np – qarın və anal üzgəcləri arasındakı məsafə; uü – quyruq üzgəcinin üst payının uzunluğu; vy – quyruq üzgəcinin alt payının uzunluğu; çc – quyruq üzgəcinin orta şüasının uzunluğu; aa_1– başın ucundan orta bığcıqa qədər olan məsafə; ab_1 – başın ucundan qığırdaq ağızın ön hissəsinə qədər olan məsafə; $c_1ç_2$ – ən uzun bığcığın uzunluğu; d_1e_1 – ağızın eni.

Nərəkimi balıqlar bədən formasına görə digər balıqlardan kəskin fərqlənirlər. Bu fərqlərdən bəziləri aşağıda şərh olunmuşdur. Bel üzgəci bədənin sonuna yaxın yerləşir. Buna görə də antedorsal məsafə uzun, postdorsal məsafə isə qısa olur. Bədənin ən böyük və ən kiçik hündürlükləri arasında da kəskin fərq qeydə alınır. Ağız başın ucunda deyil, onun alt tərəfində xeyli geridə (təxminən başın orta hissəsində) yerləşir.

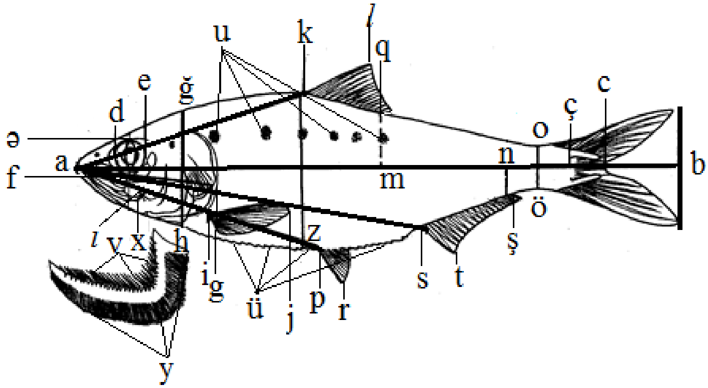
c. V.S. Mininin treskakimilərin morfometrik əlamətlərinin ölçülməsi üçün təklif etdiyi sxem (şəkil 2.9).



Şəkil 2.9. Treskakimilərin morfometrik əlamətlərinin ölçülməsi sxemi (V.S. Mininə görə): ab – balığın ümumi uzunluğu; ac – balığın standart uzunluğu; ae – başın uzunluğu; ac – gözönü məsafə; cd – gözün diametri; de – gözarxası məsafənin uzunluğu; əf – başın hündürlüyü; ag – antedorsal məsafə; an – anteanal məsafə; *l*c – quyruq gövdəsinin əsasının uzunluğu; gğ – bədənin ən böyük hündürlüyü; *ı*i – bədənin ən kiçik hündürlüyü; gh – birinci bel üzgəcinin əsasının uzunluğu; gx – birinci bel üzgəcinin hündürlüyü; g_1h_1 – ikinci bel üzgəcinin əsasının uzunluğu; g_1x_1 – ikinci bel üzgəcinin hündürlüyü; g_2h_2 – üçüncü bel üzgəcinin əsasının uzunluğu; g_2x_2 – üçüncü bel üzgəcinin hündürlüyü; no – birinci anal üzgəcinin əsasının uzunluğu; nö – birinci anal üzgəcinin ən uzun şüasının uzunluğu; n_1o_1 – ikinci anal üzgəcinin əsasının uzunluğu; $n_1ö_1$ – ikinci anal üzgəcinin ən uzun şüasının uzunluğu; kq – döş üzgəcinin uzunluğu; *l*m – qarın üzgəcinin uzunluğu; *l*k –qarın və döş üzgəcləri arasındakı məsafə; *l*n – qarın və anal üzgəcləri arasındakı məsafə; cb – quyruq üzgəcinin orta şüasının uzunluğu; pr – alt çənənin uzunluğu; as – üst çənənin uzunluğu.

Treskakimilərdə üç bel üzgəci və iki anal üzgəci olur. Digər tərəfdən bu fəsiləyə mənsub olan balıqların qarın ügəci döş üzgəcindən öndə yerləşir.

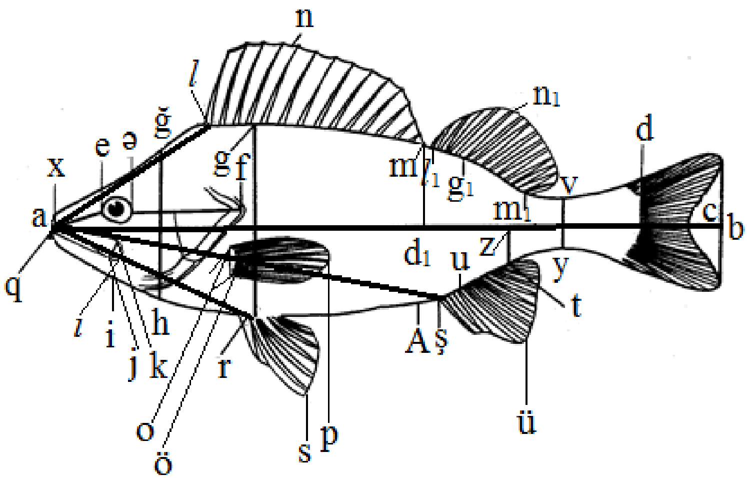
d. F. Heinkin siyənəkkimilərin morfometrik əlamətlərinin ölçülməsi üçün təklif etdiyi sxem (şəkil 2.10).



Şəkil 2.10. Siyənəkkimilərin morfometrik əlamətlərinin ölçülməsi sxemi (F. Heinkə görə): ab – balığın ümumi uzunluğu; ac – balığın Smitə görə uzunluğu; aç – balığın standart uzunluğu; ae – başın uzunluğu; ad – gözönü məsafə; əf – gözün diametri (vertikal üzrə); eg – gözarxası məsafənin uzunluğu; ğh – başın hündürlüyü; alının eni çəkikimilərdə olduğu kimi ölçülür; a*ı* – alt çənənin uzunluğu; ax – üst çənənin uzunluğu; kz – bədənin ən böyük hündürlüyü; oö – bədənin ən kiçik hündürlüyü; ak – antedorsal məsafə; ap – anteventral məsafə; as – anteanal məsafə; mç – postdorsal məsafə; nç – quyruq gövdəsinin əsasının uzunluğu; kq – bel üzgəcinin əsasının uzunluğu; k*l* – bel üzgəcinin hündürlüyü; sş – anal üzgəcinin əsasının uzunluğu; st – anal üzgəcinin ən uzun şüasının uzunluğu; ij – döş üzgəcinin uzunluğu; pr – qarın üzgəcinin uzunluğu; ip – döş və qarın üzgəcləri arasındakı məsafə; ps – qarın və anal üzgəcləri arasındakı məsafə; çc – quyruq üzgəcinin orta şüasının uzunluğu; u – bədənin üzərindəki xallar; ü – qarın kilində olan dişciklər; v – qəlsəmə dişcikləri; y – qəlsəmə yarpaqcıqları.

Siyənəkkimilərin qəlsəmə qapaqlarının geri hissəsində və bədənin yanlarında iri xallar olur. Bəzi növlərində qarın kili üzərində olan dişciklər meristik morfometrik göstəricilərdən biridir. Siyənəkkimilərin əksər nümayəndələri xarici görünüşcə bir-birinə daha çox oxşayır. Onları fərqləndirən əsas əlamətlərdən biri qəlsəmə dişciklərinin sayıdır.

e. V.İ. Travinin xanıkimilərin morfometrik əlamətlərinin ölçülməsi üçün təklif etdiyi sxem (şəkil 2.11).



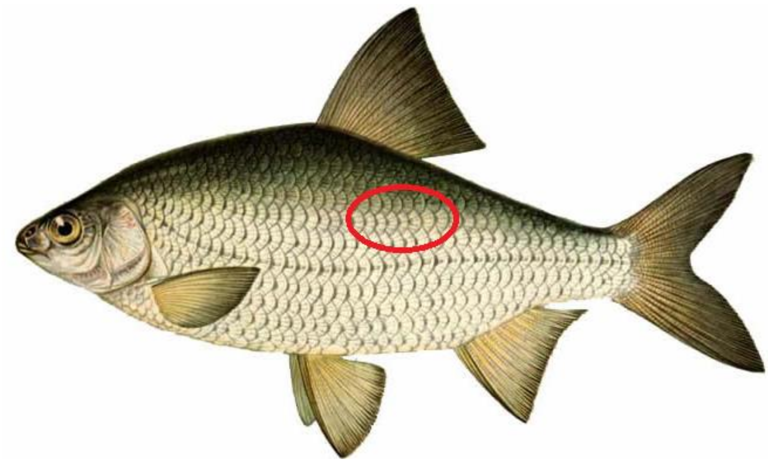
Şəkil 2.11. Xanıkimilərin morfometrik əlamətlərinin ölçülməsi sxemi (V.İ. Travinə görə): ab – balığın ümumi uzunluğu; ac – balığın Smitə görə uzunluğu; ad – balığın standart uzunluğu; af – başın uzunluğu; fz – gövdənin uzunluğu; ae – gözönü məsafə; eə – gözün diametri; əf – gözarxası məsafənin uzunluğu; ğh – başın hündürlüyü; alının eni çəkikimilərdə olduğu kimi ölçülür; xι – üst çənənin uzunluğu; jk – üst çənənin eni; qi – alt çənənin uzunluğu; gr – bədənin ən böyük hündürlüyü; vy – bədənin ən kiçik hündürlüyü; al – antedorsal məsafə; ar – anteventral məsafə; aş – anteanal məsafə; d_1d – postdorsal məsafə; zd – quyruq gövdəsinin əsasının uzunluğu; lm – birinci bel üzgəcinin əsasının uzunluğu; gn – birinci bel üzgəcinin hündürlüyü; l_1m_1 – ikinci bel üzgəcinin əsasının uzunluğu; g_1n_1 – ikinci bel üzgəcinin hündürlüyü; şt – anal üzgəcinin əsasının uzunluğu; uü – anal üzgəcinin ən uzun şüasının uzunluğu; op – döş üzgəcinin uzunluğu; oö – döş üzgəcinin əsasının eni; rs – qarın üzgəcinin uzunluğu; oş – döş və anal üzgəcləri arasındakı məsafə; rş – qarın və anal üzgəcləri arasındakı məsafə; Aş – anal dəliyi ilə anal üzgəci arasındakı məsafə; cb – quyruq üzgəcinin orta şüasının uzunluğu.

Xanıkimi balıqlarda iki bel üzgəci olur. Birinci bel üzgəcində olan bütün şüalar sərt, ikinci bel üzgəcində olan şüalar isə yumşaq şüalardır. Xanıkimi balıqların bədəni boyu 5-8, bəzən daha çox eninə zolaqlar olur.

2.8. Pulcuqlara görə balıqların yaşının təyin edilməsi

Balıqlar bütün həyatı boyu böyüyürlər, ona görə də ixtioloji tədqiqatlar zamanı onların yaşını bilmək vacibdir. Balıqların böyümə və inlişafının intensivliyi onların orqanizmlərində gedən fizioloji proseslərin illik dövriyyəsindən, həyat tərzinin dəyişməsindən asılıdır. Balıqların yaşının təyin olunmasında pulcuqlardan, otolit sümüklərindən və üzgəc şüalarından istifadə olunur. Pulcuq, otolit və üzgəc şüaları üzərində ağac gövdələrinin en kəsiyində olduğu kimi illik halqalar olur. Hər bir halqa bir il və ya bir yaş deməkdir.

Balıqların yaşını müəyyən edilməsi məqsədilə pulcuqlar skalpellə və ya bıçaqla yan xətt orqanı ilə bel üzgəci arasındakı hissədən götürülür. Bədənin bu hissəsində olan pulcuqlar digərlərinə nisbətən həm iri, həm də bir qədər fərqli formada olurlar. Yan xətt orqanı olmayan balıqlarda yaşı müəyyən etmək üçün pulcuqlar bel üzgəcindən aşağı hissəsindən (bir qədər bədənin arxa nahiyyəsinə tərəf) götürülür (şəkil 2.12).

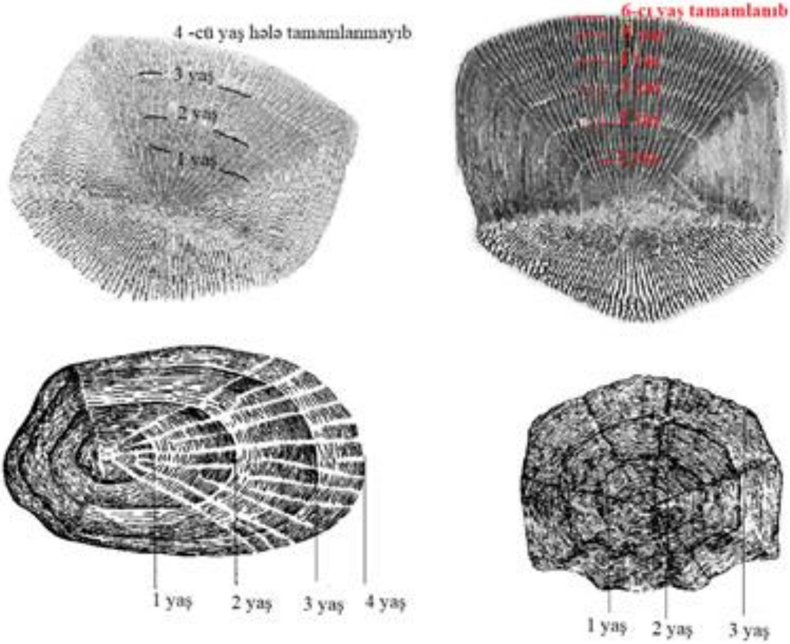


Şəkil 2.12. Balıqların yaşının müəyyən edilməsi məqsədilə onun bədən səhindən pulcuqların götürülməsi üçün ən münasib hissə.

Balıq böyüdükcə onun pulcuqları üzərində çoxlu miqdarda halqalar əmələ gəlir. Bu halqaların heç də hamısı bir yaşı əks etdirmir. Yalnız bir birindən kəskin fərqlənən halqalar balığın yaşını əks etdirir ki, onların da müəyyən olunma üsulları vardır. Balıq pulcuqlarında bir-birindən kəskin fərqlənən halqalar payızın sonlarında və qışın əvvəllərində əmələ gəlir. Həmin dövrdə balıqların böyüməsi yavaşıyır və onların pulcuqları üzərində böyümə ilə əlaqədar əmələ gələn halqalar arasındakı məsafələr azalır.

Bu zaman əmələ gələn halqalar demək olar ki, bir-birinin üzərinə düşür və tünd hissə (qaranlıq zona) yaranır. Yaz və yay aylarında, eləcə də payızın əvvəllərində balıqların intensiv böyüməsi ilə əlaqədar olaraq pulcuqlar üzərində əmələ gələn halqalar arasındakı məsafələr də artır, açıq hissə (işıqlı zona) əmələ gəlir. Pulcuq üzərində olan bir tünd və bir açıq hissə balığın bir yaşını əks etdirir. Bəzi balıqlarda pulcuqlar üzərində əmələ gəlmiş tünd hissə açıq hissədən kəskin fərqlənir, tünd hissə aydın şəkildə halqaya bənzəyir.

Tez-tez balıqların pulcuqları üzərində olan illik halqalar arasında nisbətən tünd halqalara da təsadüf olunur ki, onlar ya kürütökmə dövründə (qızılbalıqkimilərdə, siyənəkkimilərdə), ya da balıqların qidalanmasının zəiflədiyi vaxt (çəkikimilərdə) əmələ gəlir. Bir qayda olaraq həmin halqalar tam olmur. Balıqların pulcuqları üzərində olan halqaların əksi şəkil 2.13-də verilmişdir.



Şəkil 2.13. Müxtəlif növ balıqların pulcuqlarına görə yaşlarının təyin olunması.

Balıqların yaşını müəyyən etmək üçün hər balıqdan 5-10 ədəd pulcuq götürərək pulcuq kitabçasına yerləşdirmək olar. Pulcuq kitabçasına lazımi məlumatları – balığın nömrəsi (yəni tədqiqat aparılan ərazidən ovlanan neçənci balıq olması), növü, uzunluğu, kütləsi, ovlandığı yer və s. – yazmaq və onu quru yerdə saxlamaq lazımdır.

Laborator tədqiqatlar zamanı balığın yaşı təyin olunarkən əvvəlcə pulcuq kitabçasına yerləşdirilmiş pulcuqlar təmizlənməlidir. Bunun üçün ilk növbədə pulcuqların üzərindəki selik təmizlənməlidir. Pulcuğun üzərindəki seliyi təmizləmək üçün onlar su və ya durulaşdırılmış spirt ilə yuyulur.

Böyüdücü lupa və ya mikroskop altına qoyulmuş pulcuqlarda balıqların yaşını təyin edən zaman adətən pulcuqların ön hissəsinə baxıb, oradakı illik halqaları saymaq lazımdır. Balıqların yaşının təyin olunması məqsədilə böyüdücü lupadan, mikroskopdan başqa xüsusi proyektorlardan da istifadə olunur.

Pulcuqları olmayan balıqlarda yaşın təyin olunması zamanı onların döş üzgəcinin birinci sərt şüası eninə kəsilərək ona yuxarıda qeyd etdiyimiz böyüdücülərlə baxmaqla onda olan illik halqalar sayılır.

Balıqların kəllə skeletində olan otolit sümüklərində olan halqalarla da balıqların yaşını müəyyən etmək olar. Bunun üçün həmin sümüklər böyüdücü altına qoyularaq onlarda olan illik halqaları müəyyən etmək mümkündür.

2.9. Balıqların dolğunluq əmsalının təyini

Dolğunluq həm balığın köklülüyünü (yağlılığını), həm balığın fizioloji vəziyyətini, həm də onun əmtəə dəyərini xarakterizə edən universal göstəricidir.

Balıqların dolğunluq əmsalını təyin etmək üçün T.V. Fultonun 1902-ci ildə təklif etdiyi düsturdan istifadə olunur.

$$F = \frac{W \cdot 100}{SL^3}.$$

Burada:

F – balığın Fultona görə dolğunluq əmsal;

W – balığın tam kütləsi;

SL – balığın standart uzunluğudur.

Balıqların dolğunluq əmsalını müəyyən etmək üçün onların bədəninin standart uzunluğundan, başqa sözlə balığın vətəgə uzunluğundan istifadə olunur. Digər uzunluqlarla (balığın tam uzunluğu, Smitə görə uzunluq) müqayisədə məhz bu uzunluq balıqların göstəricilərinin düzgün müəyyən edilməsinə imkan verir.

Bu üsulla balıqların dolğunluq əmsalını müəyyən edərkən onların daxili orqanlarının (cinsiyyət vəzilər, həzm sistemi orqanları, hava qovuğu və s.) bu göstəriciyə təsiri kifayət qədər böyük olur. Bəzi hallarda onların ümumi kütləsi bədən kütləsinin 15%-dən çox olur. Bundan başqa intensiv qidalanma dövründə bağırsaq möhtəviyyatının kütləsi də kifayət qədər çox olur. Məsələn, yırtıcı balıqlarda qida möhtəviyyatı balığın ümumi kütləsinin 30%-ə qədərini təşkil edir. Qeyd etdiyimiz bu amili aradan qaldırmaq üçün F.Y. Klark 1928-ci ildə aşağıdakı düsturu təklif etmişdir:

$$K = \frac{W_1 \cdot 100}{SL^3}.$$

Burada:
K – balığın Klarka görə dolğunluq əmsal;
W_1– balığın içalatsız kütləsi;
SL – balığın standart uzunluğudur.

Onu da qeyd etmək lazımdır ki, balıqların bağırsaqları çıxarılan zaman onların üzərində olan piy qatı da çıxarılır və bu piylərin çıxarılması balığın köklük əmsalının düzgün hesablanmasına imkan vermir. Ona görə də balıqların dolğunluq əmsalının öyrənilməsi zamanı hər iki göstəricinin (Fulton və Klark) müəyyən edilməsi vacibdir.

3. İXTİOLOJİ MATERİALLARIN RİYAZİ ÜSULLARLA İŞLƏNMƏSİ

Biometriyada istifadə olunan metod və üsullar tədqiqatçıya qoyulmuş eksperimentlərin təhlili və planlaşdırılması, eyni zamanda müxtəlif populyasiyalarda meydana çıxan ayrı-ayrı əlamətlərin kəmiyyət və keyfiyyət göstəricilərini aydınlaşdırmaq, yaxud da onları bir-biri ilə müqayisə etmək üçün lazımdır. Biometriya müəyyən bir təcrübə üçün lazımi sayda obyektləri (nümunələri) əvvəlcədən hesablaya, planlaşdıra, alınan nəticələrin əhəmiyyətini, etibarlılığını ölçə və ədədlə ifadə edə bilən bir alətdir. O, ölçülən kəmiyyətin tərəddüdlərinin (limitlərinin) sərhəddlərini və müxtəlif qruplar (variantlar) arasında müşahidə olunan fərqlərin etibarlı və ya təsadüfi olduğunu müəyyən etməyə imkan verir. Bütün bunlar əldə olunmuş nəticələri ətraflı şərh etməyə və qiymətləndirmə zamanı onların etibarlılığını müəyyən etməyə şərait yaradır.

Eksperimental təcrübə və vizual müşahidələr zamanı əldə olunan məlumatları emal edərkən üç əsas statistik problem meydana çıxır: nümunələrin variasiya cərgələri üzrə paylanmasının qiymətləndirilməsi; nümunələrin müxtəlif seçmə qruplarla müqayisə olunması; müxtəlif üsul və metodlarla mövcüd olan statistik əlaqələrin müəyyən edilməsi. Hər bir halda bu və ya digər analiz metodunun seçilməsi bioloji hadisənin təbiəti ilə müəyyən edilir.

2.1. Balıq nümunələrinin göstəricilərinin dəqiq əks olunması üçün tələb olunan şərtlər

Bioloji obyektlərin tədqiqi zamanı çox vaxt onların bir hissəsi və ya bütövlükdə hamısı tədqiqata cəlb olunur. Bütövlükdə bioloji obyektin hamısı dedikdə onun bütün fərdləri deyil, əlamətləri və ya müxtəlif yaş qruplarından, cinsiyyətdən olanları (erkəklər, dişilər) nəzərdə tutulur. Bununla əlaqədar olaraq, bir-birindən fərqli və ya əksinə, müəyyən qədər bir-birinə oxşar olan ümumi və fərqli əlamətlər seçilə bilər.

Bioloji obyektin ümumi göstəricilərinin öyrənilməsi zamanı onun müxtəlif yaşdan və ya cinsiyyətdən olan fərdlərinin müayinə edilir. Məsələn, hər-hansı bir balıq növünün kütlə göstəricilərinin öyrənilməsi zamanı populyasiyada olan müxtəlif yaşlı və ayrı-ayrı cinsiyyətli fərdlərin kütlə göstəriciləri müəyyən edilir. Aydındır ki, tədqiqat zamanı populyasiyada olan bütün fərdlər tədqiqata cəlb olunmayacaqdır. Lakin tədqiqata cəlb olunmuş müəyyən miqdarda nümunəyə əsasən populyasiya haqqında ümumi məlumat əldə olunacaqdır.

Götürülən nümunələr populyasiyada olan ümumi fərdlərin bir qrupunu təşkil etsə də, onlar müxtəlif yaş qruplarını, cinsiyyətləri təmsil etməlidirlər. Tədqiqata cəlb ediləcək nümunələrin populyasiyanın ümumi göstəricilərini daha dəqiq əks etdirməsi üçün onların götürülməsi zamanı aşağıdakı şərtlərin nəzərə alınması vacibdir:

- ✓ götürülən nümunə populyasiyada olan bütün yaş və cinsiyyətdən olan fərdləri təmsil etməlidir;
- ✓ seçmə obyektiv olmalıdır, yəni götürülən nümunələr subyektiv təsirlər olmadan təsadüfi seçim prinsipinə əsasən yığılmalıdır;
- ✓ nümunə keyfiyyətcə bircins olmalıdır (təcrübə üçün seçilən qruplar növə, yaşa, fizioloji vəziyyətinə və digər amillərə görə oxşar olmalıdır);
- ✓ götürülən nümunə həqiqəti əks etdirmək üçün kifayət qədər (sayca, həcmcə) olmalıdır və populyasiyanın ümumi xüsusiyyətlərini daha düzgün əks etdirməlidir.

Tədqiqatlar üçün götürülən nümunələr miqdarına görə azsaylı, 25-30 arası və çoxsaylı ola bilər.

Bizim hər hansı populyasiyaya dair götürdüyümüz nümunələr onun ümumi fərdlərinin bir hissəsini təşkil edir, lakin biz əldə etdiyimiz nəticələrə görə ümumilikdə populyasiyanı qiymətləndiririk.

3.2. Statistik qiymətləndirmə məqsədilə variasiya qruplarının yaradılması

Statistik qiymətləndirmə və təhlil konkret əlamətləri bir-biri ilə müqayisə etməyə, fərqləndirməyə imkan verən spesifik xüsusiyyətlərə əsasən həyata keçirilir. Təbiətinə görə əlamətlər keyfiyyət və ya atributiv və kəmiyyət əlamətlərinə bölünür.

Keyfiyyət əlamətlərini (məsələn, rəngi, dadı, qoxunu) kəmiyyətlə ifadə etmək olmur. Kəmiyyət əlamətlərini isə ədədlə ifadə etmək mümkündür. Kəmiyyət əlamətləri tədqiq olunan obyektin və ya hadisənin ölçüsünü, miqyasını əks etdirir. Onlar sayıla və ölçülə bilir. Meristik əlamətləri saymaqla, plastik əlamətləri isə ölçüb ədədlə ifadə etmək olur. Sayma və ya ölçmə nəticəsində əldə olunan rəqəmlərin hər biri əlamətin göstəricisinə dair bir nümunədir və bu nümunələrin dəyişməsi variasiya adlanır. Variasiyalar xarakterinə görə diskret (fasiləli) və davamlı (fasiləsiz) ola bilər. Diskret variasiyalar yalnız dəqiq müəyyən edilmiş göstəriciləri qəbul edə bilər, onların arasında aralıq göstəricilər olmur və onların variantları tam ədədlərlə ifadə edilir. Belə variasiyaların müəyyən sərhədi olur və bu sərhəddən kənarda olan göstəricilər həmin variasiyaya aid edilmir. Məsələn, illərdən asılı olaraq hər hansı bir su hövzəsində balıq ovunun miqdarının dəyişməsi. Tutaq ki, bir su hövzəsində balıq ovu 5-25 min ton arasında dəyişib. Bu o deməkdir ki, qeyd olunan su hövzəsində balıq ovunun miqdarı 5 min tondan aşağı və 25 min tondan da yuxarı olmayıb. Davamlı variasiyalar isə müxtəlif göstəriciləri qəbul edə bilir, onlar tam və kəsrlə ifadə oluna bilir. Məsələn, balığın uzunluğu, mütləq kürü məhsuldarlığı və s. yaş artdıqca yalnız arta bilər.

Ölçülmə üsuluna görə əlamətlər birinci və ikinci dərəcəli olmaqla iki yerə bölünür. Birinci dərəcəlilər bütövlükdə əldə olunmuş bütün mütləq göstəriciləri (ölçmə zamanı əldə olunmuş rəqəmləri) ifadə edir. İkinci dərəcəlilər isə əldə olunmuş rəqəmlərin nisbi göstəriciləri əldə olunduqdan sonra hesablanır. Məsələn, balıqların uzunluq göstəriciləri müəyyən edildikdən sonra əldə olunmuş rəqəmlər əsasında birbaşa variasiya cərgələri yardılır və lazım olan qiymətlər (ədədi orta, təxmini orta, orta arifmetrik rəqəm və s.) müəyyən edilir. Lakin balığın üzgəclərinin uzunluğu, antedorsal məsafə, hər hansı üzgəcin uzunluğu və s. ölçüldükdən sonra onların bədən uzunluğuna nisbəti hesablanır. Əldə olunan rəqəmlərdən istifadə edərək variasiya cərgələri düzəldilir və yuxarıda qeyd etdiyimiz göstəricilər müəyyən olunur.

3.3. Variasiya cərgələrinin tərtib olunması

Tədqiq olunan əlamətin göstəricilərini əks etdirən çoxsaylı nümunələrın ayrı-ayrı qruplarda qruplaşdırılması zamanı əmələ gələn qruplaşma **variasiya cərgələri** adlanır. Bunun üçün tədqiq etdiyimiz əlamət üzrə aldığımız rəqəmlər arasında bir-birinə yaxın olanları ayrı-ayrı qruplarda cəmləmək lazımdır. Məsələn, tutaq ki, biz 50 ədəd iki yaşlı Xəzər külməsinin bədəninin standart uzunluğunun orta qiymətini tapmaq istəyirik. Bunun üçün biz ilk növbədə ölçdüyümüz 50 ədəd Xəzər külməsinin hər birinin uzunluqlarının göstəricilərini artan və ya azalan sıra ilə düzürük. Bu qaydada düzülüşə sıralama deyilir. Fərz edək ki, bizim ölçdüyümüz iki yaşlı Xəzər külməsinin standart uzunluqları belədir: 13,8 sm, 14,0 sm, 14,2 sm, 14,3 sm, 14,5 sm, 14,6 sm, 14,8 sm, 15,0 sm, 15,1 sm, 15,2 sm, 15,3 sm, 15,4 sm, 15,4 sm, 15,5 sm, 15,6 sm, 15,7 sm, 15,8 sm, 15,8 sm, 15,9 sm, 15,9 sm, 16,0 sm, 16,0 sm, 16,0 sm, 16,1 sm, 16,1 sm, 16,2 sm, 16,2 sm, 16,2 sm, 16,3 sm, 16,3 sm, 16,4 sm, 16,4 sm, 16,5 sm, 16,6 sm, 16,7 sm, 16,7 sm, 16,8 sm, 16,9 sm, 16,9 sm, 17,0 sm, 17,1 sm, 17,2 sm, 17,5 sm, 17,6 sm, 17,8 sm, 17,9 sm, 18,0 sm, 18,2 sm, 18,3 sm, 18,6 sm. Ədədi ortanı tapmaq üçün təqdim olunan və ya əldə etdiyimiz mümunələrin hamısını cəmləyib onların sayına bölürlər. Bunu düstur kimi aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$M_{ə.o.} = (a+b+c+ç+ \cdots) : n.$$

Burada:

$M_{ə.o.}$ – ədədi orta;

a, b, c, ç və s. – hər bir nümunənin göstəricisidir:

n – nümunələrin ümumi sayıdır.

Bizim misala uyğun olaraq ədədi ortanı tapaq: $M_{ə.o.}$ = (13,8 + 14,0 + 14,2 + 14,3 + 14,5 + 14,6 + 14,8 + 15,0 + 15,1 + 15,2 + 15,3 + 15,4 + 15,4 + 15,5 + 15,6 + 15,7 + 15,8 + 15,8 + 15,9 + 15,9 + 16,0 + 16,0 + 16,0 + 16,1 + 16,1 + 16,2 + 16,2 + 16,2 + 16,3 + 16,3 + 16,4 + 16,4 + 16,5 + 16,6 + 16,7 + 16,7 + 16,8 + 16,9 + 16,9 + 17,0 + 17,1 + 17,2 + 17,5 + 17,6 + 17,8 + 17,9 + 18,0 + 18,2 + 18,3 + 18,6) : 50 = 16,166 sm.

Göstəricilər bizim misaldakı kimi bir-birinə yaxın olduqda hesablanmış ədədi orta bütün nümunələrin qiymətlərini müəyyən qədər əhatə edə bilir, yəni onlara yaxındır. Lakin nümünələr arasında kəskin fərq olduqda hesablanmış ədədi orta reallığı əks etdirməyəcək, yəni tapılmış ədədi orta bəzi nümunələrdən çox kiçik, digərlərindən isə çox böyük ola bilər. Geniş, əhatəli və etibarlı statistik hesablamalar aparılan zaman ədədi ortanın hesablanması məqbul sayılmır. Ona görə də statistik hesablamaların aparılması zamanı orta arifmetrik rəqəm (M) hesablanır. Bu rəqəm hesablama zamanı istifadə olunan bütün nümunələri daha çox xarakterizə edir.

Hər hansı bir əlamətin orta arifmetrik rəqəmini tapmaq üçün ilk növbədə həmin əlamətin göstəricilərini əks etdirən rəqəmləri variasiya cərgələrində qruplaşdırmaq lazımdır. Hər bir qrup variasiyanın bir cərgəsidir. Qrupların hamısını birlikdə variasiya cərgələrini təşkil edəcəkdir. Orta arifmetrik rəqəmi tapmaq üçün hesablamalara başlamazdan əvvəl quracağımız variasiya cərgələrinin sayını müəyyən etmək lazımdır. Bütün variasiya cərgələri arasındakı fərq eyni olmalıdır və bu fərqi λ ilə işarə edək. Bizim yuxarıdakı misala uyğun olaraq Xəzər külməsinin standart uzunluğunun orta arifmetrik rəqəmini tapmaq üçün variasiya cərgələrini quraq. Tutaq ki, misalımıza uyğun olaraq yuxarıdakı 50 ədəd balığın uzunluq göstəricilərini 7 variasiya cərgəsində cəmləmək istəyirik. Bunun üçün əvvəlcə variasiya cərgələri arasındakı fərqi (λ-nı) tapmaq lazımdır. Bu fərqi tapmaq üçün isə balığın uzunluq göstəriciləri arasındakı ən böyük göstəricidən (18,6) ən kiçik göstəricini (13,8) çıxıb, alınan rəqəmi 6-ya bölürük: λ = (18,6 - 13,8) : 6 = 0,8 sm. Deməli, bizim quracağımız variasiya cərgələri arasındakı fərq 0,8 sm olacaqdır. İndi isə variasiya cərgələrinin sərhədlərini müəyyən edək. Birinci variasiya cərgəsinin aşağı (ən kiçik) sərhəddini müəyyən etmək üçün uzunluğu ən kiçik olan balığın göstəricisindən (13,8-dən) variasiya cərgələri arasındakı fərqin (λ = 0,8) yarısını çıxırıq, yəni 13,8 - 0,4 = 13,4. Aşağı sərhəd üçün tapdığımız 13,4 rəqəminin özü birinci qrupa aid edilmir. 13,4-dən sonra gələn 13,5 rəqəmindən yuxarı sərhəddə qədər olan bütün rəqəmlər, yuxarı sərhəd özü də daxil olmaqla, birinci variasiya cərgəsinə aid olan nümunələri təşkil edəcəkdir. Birinci variasiya cərgəsinin yuxarı sərhəddini 13,4-ün üzərinə variasiya cərgələri arasındakı fərqi – 0,8-i gəlməklə tapırıq: 13,4 + 0,8 = 14,2. Deməli misalımıza uyğun olaraq birinci variasiya cərgəsinə daxil olan rəqəmlər aşağıdakılar olacaqdır: 13,5, 13,6, 13,7, 13,8 13,9 14,0 14,1, 14,2.

İkinci variasiya cərgəsinin ən aşağı sərhəddi 14,3, yəni birinci variasiya cərgəsinin yuxarı sərhəddindən sonrakı rəqəm olacaq. Bu variasiya cərgəsinin yuxarı sərhəddini birinci variasiya cərgəsinin yuxarı sərhəddi üzərinə variasiya cərgələri arasındakı fərqi gəlməklə tapırıq: 14,2 + 0,8 = 15,0. Misalımıza uyğun ikinci variasiya cərgəsinə daxil olan rəqəmlər aşağıdakılardır: 14,3, 14,4, 14,5, 14,6, 14,7, 14,8, 14,9, 15,0. Digər variasiya cərgələrinin sərhədlərini də yuxarıdakı qayda ilə müəyyən edirik. Onlar aşağıdakı kimi olacaqdır: üçüncü variasiya cərgəsi – 15,1-15,8; dördüncü variasiya cərgəsi – 15,9-16,6; beşinci variasiya cərgəsi – 16,7-17,4; altıncı variasiya cərgəsi – 17,5-18,2; yeddinci variasiya cərgəsi – 18,3-19,0 (cədvəl 3.1).

Cədvəl 3.1

Xəzər külməsinin standart uzunluğunun orta arifmetrik rəqəminin tapılması ardıcıllığı (I hissə)

Variasiya cərgələrinin nömrələri	I	II	III	IV	V	VI	VII
Variasiya cərgələrinin sərhədləri	13,5-14,2	14,3-15,0	15,1-15,8	15,9-16,6	16,7-17,4	17,5-18,2	18,3-19,0
Variasiya cərgələrində olan nümunələrin sayı (p)	3	5	10	16	8	6	2

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi əgər canlının hər hansı əlamətinin göstəricisini sayılmaqla və ya ölçülməklə müəyyən etmək mümkündürsə, onda onun üçün orta kəmiyyətlər (ədədi orta, təxmini orta, orta arifmetrik rəqəm və s.), bu kəmiyyətlərdən kənaraçıxmalar, dəyişkənlik əmsalı, korrelyasiya əmsalları və s. hesablana bilər. Qeyd olunan göstəricilərin hesablanması üçün isə ilk növbədə yuxarıda izah olunduğu kimi variasiya cərgələri qurulmalıdır.

3.4. Orta kəmiyyətlər (qiymətlər)

Ayrı-ayrı fərdlərin deyil, bütövlükdə bütün qrupun göstəricisnə dair məlumat əldə etmək üçün əlamətin orta arifmetrik rəqəmi müəyyən edilir. Tədqiqat obyektindən və qarşıya qoyulan məqsədlərdən asılı olaraq orta kəmiyyət müxtəlif üsullarla hesablana bilər. Əlamətin orta statistik kəmiyyəti tədqiqata cəlb olunan ayrı-ayrı fərdlərin deyil, ümumilikdə bütün fərdlər üçün xarakterik olan orta qiyməti aşkara çıxarmağa imkan verir.

Orta kəmiyyətin müəyyən edilməsi üsulu ilə aparılan statistik emal müxtəlif göstəricilərə malik olan əlamətin çoxsaylı nümunələrinin variasiya cərgələri tərtib etməklə hesablanmış orta qiymətlərinin alınmasından ibarətdir. Yəni hər hansı bir əlamətə dair müxtəlif göstəricilərə malik olan nümunələr arasından bir-birinə yaxın olanları eyni variasiya cərgəsində cəmlənərək onların orta qiymətləri tapılır. Variasiya cərgələrinin orta qiymətləri tapıldıqdan sonra onlar toplanır və alınmış rəqəm nümunələrin ümumi sayına bölünür.

Orta kəmiyyətlər iki böyük sinifə bölünür: ciddi orta və struktur orta daxildir:

Ciddi ortaya aiddir:

- M – orta arifmetrik rəqəm
- G – orta həndəsi rəqəm
- S – orta kvadratik rəqəm
- H – orta harmonik rəqəm

Struktur ortaya aiddir:

- Mo – moda
- Me – median

Ciddi ortanın müəyyən edilməsi zamanı növün tədqiq olunan əlaməti üzrə tədqiqata cəlb olunmuş bütün fərdlərinin göstəricilərindən istifadə olunur. Məsələn, Kür şəmayısının yan xətt orqanında olan pulcuqların orta arifmetrik rəqəmini tapmaq üçün bu növün tədqiqata cəlb olunan bütün fərdlərinin yan xətt orqanındakı pulcuqları sayılır və əldə olunan bütün rəqəmlər hesablamalarda istifadə edilir.

Struktur orta müəyyən edilən zaman isə təhlillərin aparılması üçün istifadə olunan bütün rəqəmlərdən istifadə edilmir. Belə ki, variasiya cərgələri qurulduqdan, qruplar müəyyən edildikdən, hər qrupa aid olan rəqəmlər oraya yerləşdirildikdən sonra struktur orta (moda və median) müəyyən olunur. Ona görə də deyə bilərik ki, moda və median paylanma strukturu yerinə yetirildikdən sonra müəyyən edilir. Orta göstəricinin hesablanması qeyri-mümkün və ya məqsədəuyğun olmadıqda həmin populyasiyalarda moda və median orta göstərici kimi müəyyən edilərək istifadə olunur.

3.5. Orta arifmetrik rəqəmin (M) hesablanması

Orta arifmetrik rəqəm – dəyişən əlamətin göstəricisinin orta qiymətini rəqəmlə (kəmiyyətlə) ifadə edən ən ümumi və geniş istifadə olunan statistik göstəricidir. Orta arifmetrik rəqəm aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$M = A + b \cdot \lambda$$

Burada:

M – orta arifmetrik rəqəm;

A – təxmini orta;

b – orta kənaraçıxma;

λ – variasiya cərgələri arasındakı fərq və ya interval.

Yuxarıdakı nümunəyə uyğun olaraq külmə balığının bədəninin standart uzunluğunuun orta arifmetrik rəqəmini müəyyən edək. Bunun üçün əvvəlcə təxmini ortanı (A-nı) tapmaq lazımdır. Təxmini orta aşağıdakı düsturla tapılır:

$$A = (p_1 \cdot v_1 + p_2 \cdot v_2 + p_3 \cdot v_3 + \cdots) : n$$

Burada:

A – təxmini orta;

p – hər bir variasiya cərgəsində olan nümunələrin sayı;

v – hər bir variasiya cərgəsinin ədədi ortası;

n – nümunələrin ümumi sayı;

p və v-nin indekslərindəki rəqəmlər variasiya cərgəsinin nömrəsini göstərir.

A-nı tapmaq üçün istifadə edəcəyimiz düsturdakı p bizə cədvəl 3.1-dən məlumdur. n isə orta arifmetrik rəqəmin tapılması üçün istifadə edəcəyimiz balıqların standart uzunluğuna dair yuxarıda qeyd etdiyimiz rəqəmlərin ümumi sayıdır, yəni 50-dir. Deməli A-nı tapmaq üçün bizə hər bir variasiya cərgəsinin ədədi ortasını (v) da müəyyən etmək lazım olacaq. Variasiya cərgəsinin ədədi ortasını müəyyən etmək üçün həmin cərgənin yuxarı və aşağı sərhədlərinin qiymətlərini toplayıb 2-yə bölmək lazımdır. Bizim misalda hər bir variasiya cərgəsinin ədədi ortası aşağıdakı qiymətlərə malik olacaqdır: Birinci variasiya cərgəsinin ədədi ortası 13,85, ikinci variasiya cərgəsinin ədədi ortası 14,65, üçüncü variasiya cərgəsinin ədədi ortası 15,45, dördüncü variasiya cərgəsinin ədədi ortası 16,25, beşinci variasiya cərgəsinin ədədi ortası 17,05, altıncı variasiya cərgəsinin ədədi ortası 17,85, yeddinci variasiya cərgəsinin ədədi ortası 18,65-dur (cədvəl 3.2).

Cədvəl 3.2

Xəzər külməsinin standart uzunluğunun orta arifmetrik rəqəminin tapılması ardıcıllığı (II hissə)

Variasiya cərgələrinin nömrələri	Variasiya cərgələrinin sərhədləri	Variasiya ərgələrində olan ümunələrin sayı (p)	Hər bir variasiya ər-gəsinin ədədi ortası (v)
I	13,5-14,2	3	13,85
II	14,3-15,0	5	14,65
III	15,1-15,8	10	15,45
IV	15,9-16,6	16	16,25
V	16,7-17,4	8	17,05
VI	17,5-18,2	6	17,85
VII	18,3-19,0	2	18,65

Variasiya cərgələrinin mərkəzində yerləşən variasiya cərgəsinin (bizim misalda 4-cü variasiya cərgəsi) ədədi ortasından sağdakı və soldakı variasiya cərgələrinin ədədi ortalarının fərqinin cəmi həmişə sıfıra bərabər olur. Bunu düstur şəklində aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$\sum (v - v_m) = 0$$

Burada:

∑ – cəm işarəsi;

v_m – mərkəsi variasiya cərgəsinin ədədi ortası;

v – variasiya cərgələrinin ədədi ortası.

Bizim misalımız üçün hesablama aşağıdakı kimi olacaq:

$\sum (v - v_m) = (13,85 - 16,25) + (14,65 - 16,25) + (15,45 - 16,25) + (17,05 - 16,25) + (17,85 - 16,25) + (18,65 - 16,25) = -2,4 + (-1,6) + (-0,8) + 0,8 + 1,6 + 2,4 = 0.$

Cədvəldəki rəqəmlərə əsasən Xəzər külməsinin standart uzunluğunun təxmini ortası aşağıdakı qiymətə malik olacaqdır:

$A = (3 \cdot 13,85 + 5 \cdot 14,65 + 10 \cdot 15,45 + 16 \cdot 16,25 + 8 \cdot 17,05 + 6 \cdot 17,85 + 2 \cdot 18,65) : 50 = (41,55 + 73,25 + 154,5 + 260 + 136,4 + 107,1 + 37,3) : 50 = 16,202$ sm.

Aldığımız rəqəm cədvəl 3.2-də dördüncü variasiya cərgəsinə uyğun gəlir. Bu variasiya cərgəsinə daxil olan 16 nümunədən solda (18 nümunə) və sağda (16 nümunə) yerləşən nümunələrin göstəriciləri orta rəqəmdən daha çox fərqlənirlər. Yəni onlar orta rəqəmdən daha çox uzaqdırlar (kənardırlar).

Orta arifmetrik rəqəmin tapılması düsturunda ($M = A + b \cdot \lambda$) biz həmin uzaqlaşmaların cəmini orta kənaraçıxma (b) adlandırmışıq. Əvvəlcə orta kənaraçıxma anlayışını izah edək. Cədvəl 3.2-də birinci, ikinci və üçüncü variasiya cərgələrindəki nümunələrin göstəriciləri təxmini ortadan (A-dan) kiçikdir, beşinci, altıncı və yeddinci variasiya cərgələrindəki nümunələr göstəriciləri isə əksinə, böyükdür. Ona görə də təxmini ortaya ən yaxın olan variasiya cərgəsini sıfır (0), ondan soldakı hər variasiya cərgəsindəki nümunələrin sayını mənfi (–), sağdakı variasiya cərgələrindəki nümunələrin sayını isə müsbət (+) işarə edirik. Təxmini ortaya yaxın olan variasiya cərgəsindən sağdakı və soldakı variasiya cərgələrini artan sıra ilə 1, 2, 3 nömrələyirik. Variasiya cərgələrinin sayı çox olarsa bu nömrələmə hər dəfə bir vahid artmaqla davam edəcək. Nömrələmə zamanı hər dəfə rəqəmin 1 vahid artmasının səbəbi həmin variasiya cərgəsinin sıfır (mərkəzi) variasiya cərgəsindən daha bir addım uzaqlaşmasıdır. Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi sıfır variasiya cərgəsindən soldakı rəqəmləri mənfi, sağdakı rəqəmlər isə müsbət işarə ilə işarələyirik: –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3. Yəni soldakı rəqəmlər təxmini ortaya nisbətən kiçikdir, sağdakılar isə ondan böyükdür. Bu nömrələmə (rəqəmlər) variasiya cərgələrinin mərkəzi variasiya cərgəsindən şərti kənarlaşmaları (uzaqlaşmaları) göstərir və a hərfi ilə işarə olunur (cədvəl 3.3).

Orta kənaraçıxma (b) aşağıdakı düsturla tapılır:

$$b = \frac{\sum p \cdot a}{n}$$

Burada:

b – orta kənaraçıxma;

∑ – cəm işarəsi;

p – hər bir variasiya cərgəsində olan nümunələrin sayı;

a – şərti kənarlaşmadır.

Cədvəl 3.3

Xəzər külməsinin standart uzunluğunun orta arifmetik rəqəminin tapılması ardıcıllığı (III hissə)

Variasiya cərgələrinin nömrələri	Variasiya cərgələrinin sərhədləri	Variasiya cərgələrində olan nümunələrin sayı (p)	Hər bir variasiya cərgəsinin ədədi ortası (v)	Şərti kənarlaşma (a)
I	13,5-14,2	3	13,85	–3
II	14,3-15,0	5	14,65	–2
III	15,1-15,8	10	15,45	–1
IV	15,9-16,6	16	16,25	0
V	16,7-17,4	8	17,05	1
VI	17,5-18,2	6	17,85	2
VII	18,3-19,0	2	18,65	3

Bizim misalda təxmini ortaya yaxın olan 1-ci soldakı variasiya cərgəsində (III variasiya cərgəsi) olan nümunələrin sayını (10) mənfi 1-ə, ədədi ortaya yaxın olan 1-ci sağdakı variasiya cərgəsində (V variasiya cərgəsi) olan nümunələrin sayını (8) isə müsbət 1-ə vuraraq aldığımız rəqəmləri toplayırıq $(10 \cdot (-1) + 8 \cdot 1) = -2$. Bundan sonra təxmini ortaya yaxın olan 2-ci soldakı variasiya cərgəsində (II variasiya cərgəsi) olan nümunələrin sayını (5) mənfi 2-yə, təxmini ortaya yaxın olan 2-ci sağdakı variasiya cərgəsində (VI variasiya cərgəsi) olan nümunələrin sayını (6) isə müsbət 2-yə vuraraq aldığımız rəqəmləri cəmləyirik $(5 \cdot (-2) + 6 \cdot 2) = 2$. Daha sonra təxmini ortaya yaxın olan 3-cü soldakı variasiya cərgəsində (I variasiya cərgəsi) olan nümunələrin sayını (3) mənfi 3-ə, təxmini ortaya yaxın olan 3-cü sağdakı variasiya cərgəsində (VII variasiya cərgəsi) olan nümunələrin sayını (2) isə müsbət 3-ə vuraraq aldığımız rəqəmləri toplayırıq $(3 \cdot (-3) + 2 \cdot 3) = -3$. Aldığımız rəqəmləri toplayıb yuxarıdakı düsturda kəsrin sürətində, nümunələrin ümumi sayını (50) isə kəsrin məxrəcində yazırıq:

$$b = \frac{\sum p \cdot a}{n} = \frac{-2+2-3}{50} = \frac{-3}{50} = -0{,}06.$$

Aldığımız rəqəmlərə əsasən Xəzər külməsinin standart uzunluğunun orta arifmetrik rəqəmini hesablaya bilərik:

$$M = A + b \cdot \lambda = 16{,}202 + (-0{,}06) \cdot 0{,}8 = 16{,}154 \text{ sm}.$$

Mərkəzi variasiya cərgəsindən solda və sağda olan variasiya cərgələrindəki nümunələrin sayı eyni olduqda orta kənaraçıxma sıfıra bərabər olur. Belə hallarda orta arifmetrik rəqəm təxmini ortaya bərabər olacaqdır.

3.6. Orta arifmetrik rəqəmin xüsusiyyətləri

Orta arifmetik rəqəmin hesablanması zaman əlamətin göstəricisinə dair çoxsaylı nümunələrin göstəriciləri əsasında bir rəqəm əldə olunur. Həmin rəqəm bütün nümunələrin xüsusiyyətlərini özündə əks etdirən abstrakt (mücərrəd) orta qiymətdir. Məsələn, hər hansı bir balıq növünün tam kütləsinin orta arifmetrik qiymətini hesablayan zaman həmin növə aid olan 100 fərdin hər birinin ayrıca kütlə göstəricisi müəyyən olunur və onlar əsasında orta arifmetrik rəqəm hesablanır. Hesablanmış orta arifmetrik rəqəm hesablamalara cəlb olunan bütün rəqəmləri özündə ehtiva edir, lakin onların heç biri ilə eyni qiymətə malik olmaya bilir. Beləliklə, deyə bilərik ki, orta arifmetik rəqəm əlamətin dəyişən göstəricilərinin (təhlil olunan bütün nümunələrdə əlamətin göstəricisi) orta səviyyəsinin ümumiləşdirilmiş statistik parametrini və ya statistik xarakteristikasını ifadə edir.

Orta arifmetrik rəqəmin mücərrədliyinə ən sadə misal göstərək. Tutaq ki, 40 ədəd çəki balığının yan xətt orqanında olan pulcuqların orta arifmetrik rəqəmini hesablamaq tələb olunur. Bunun üçün 40 ədəd çəki balığının hər birinin yan xətt orqanında olan pulcuqlar bir-bir sayılır. Aydındır ki, pulcuqların sayılması zamanı əldə olunan rəqəmlər tam ədədlərlə ifadə olunacaq. Lakin həmin tam ədədlər əsasında hesablanmış orta arifmetrik rəqəm kəsrlə ifadə oluna bilər, yaxud da aldığımız rəqəm pulcuqlarını saydığımız heç bir balığın yan xətt pulcuqlarının sayı ilə eyni olmaya bilər.

Orta kənaraçıxmanın qiyməti mənfi olduqda orta arifmetrik rəqəm (M) təxmini ortadan (A) kiçik, müsbət olduqda isə ondan böyük olur. Orta kənaraçıxmanın qiyməti sıfır olduqda orta arifmetrik rəqəm təxmini ortaya bərabər olur.

Bizim misala görə Xəzər külməsinin standart uzunluğunun ədədi ortası $M_{ə.o.}$ = 16,166 sm, təxmini ortası A = 16,202 sm, orta arifmetrik rəqəmi M = 16,154 sm olmuşdur. Göründüyü kimi orta arifmetrik rəqəm üçün tapdığımız qiymət təxmini ortanın qiymətindən kiçikdir. Bunun səbəbi orta kənaraçıxmanın qiymətinin mənfi olmasıdır.

3.7. Orta həndəsi rəqəmin (G) hesablanması

Orta həndəsi rəqəm – müəyyən vaxt ərzində əlamətin hər hansı göstəricisinin orta artımını (və ya orta azalmasını) aşkar edən kəmiyyətdir (ədəddir). Bu rəqəm orta arifmetrik rəqəm tapılan zaman əlamətin göstəricisini əks etdirən nümunələrin cəminin deyil, onların hasilinin n-inci (əlamətin göstəricisini əks etdirən nümunələrin sayı) dərəcədən kvadrat kökünə bərabərdir.

Əlamətin böyümə sürətini və ya populyasiyanın sayının artım sürətini xarakterizə edən orta göstəricini müəyyən etmək tələb olunduğu hallarda orta həndəsi rəqəmi tapılır. Xüsusilə əlamətin göstəricilərinin zamanla və dövrlərlə dəyişməsi vahidin hissələri və ya faizlə ifadə olunduğu hallarda orta həndəsi rəqəmi tapmaq daha əlverişlidir.

Orta həndəsi rəqəmi tapmaq üçün aşağıdakı düsturdan istifadə olunur:

$$G = \sqrt[n]{v_1 \cdot v_2 \cdot \cdots \cdot v_n}$$

Burada:

G – orta həndəsi rəqəm;

v – dəyişən əlamətin qiyməti (hər bir nümunənin göstəricisi);

n – tədqiqata cəlb olunmuş nümunələrin ümumi sayı.

Yuxarıdakı düsturda kökün dərəcəsinin ikidən artıq olduğu hallarda hesablamaları sadələşdirmək üçün loqarifmik hesablamalardan istifadə olunur və loqarifmik hesablamalara əsasən orta həndəsi rəqəmin mütləq qiyməti tapılır.

Orta həndəsi rəqəmin onluq loqarifması kökaltı ifadənin onluq loqarifmasının kökün dərəcəsinə olan nisbətinə bərabərdir. Kökaltı ifadə bir neçə ədədin hasilindən ibarətdirsə, onda kökaltı ifadənin onluq loqarifması həmin ədədlərin hasilinin deyil, onların hər birinin onluq loqarifmasının cəminə bərabər olacaqdır. Yəni, orta həndəsi rəqəmin onluq loqarifması kökaltı ifadənin bütün həddlərinin hasilinin deyil, onların onluq loqarifmasının cəminin kvadrat kökünün dərəcəsinə olan nisbətinə bərabərdir. Ona görə də yuxarıdakı düstura əsasən orta həndəsi rəqəmin onluq loqarifması aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$\lg G = \frac{\lg v_1 + \lg v_2 + \cdots + \lg v_n}{n} = \frac{\sum \lg v}{n}.$$

Bir misal üzərində izah edək. Tutaq ki, dəyişən əlamətin 3, 5, 9, 11, 12, 14 qiymətlərinə (v) uyğun orta həndəsi rəqəminin tapılması tələb olunur. Onda hesablamalar aşağıdakı kimi aparılmalıdır:

$$G = \sqrt[6]{3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 14},$$

$$\lg G = \frac{\lg 3 + \lg 5 + \lg 9 + \lg 11 + \lg 12 + \lg 14}{n}.$$

Onluq loqarifmlər cədvəlindən istifadə edərək kəsrin sürətindəki rəqəmlərin (dəyişən əlamətin göstəricilərinin) qiymətlərini tapırıq (cədvəl 3.4).

Cədvəl 3.4

Natural ədədlər üçün onluq loqarifmlər cədvəlindən bir hissə

Rəqəm	Onluq loqarifm	**Rəqəm**	Onluq loqarifm	**Rəqəm**	Onluq loqarifm
1	0	**11**	*1,04139*	**21**	1,32222
2	0,30103	**12**	*1,07918*	**22**	1,34242
3	*0,47712*	**13**	1,11394	**23**	1,36173
4	0,60206	**14**	*1,14613*	**24**	1,38021
5	*0,69897*	**15**	1,17609	**25**	1,39794
6	0,77815	**16**	1,20412	**26**	1,41497
7	0,8451	**17**	1,23045	**27**	1,13136
8	0,90309	**18**	1,25527	**28**	1,44716
9	*0,95424*	**19**	1,27875	**29**	1,4624
10	1	**20**	1,30103	**30**	1,47712

Cədvəl 3.4-ə əsasən qiymətlər belədir (cədvəldə kürsivlə işarə olunub):

$lg3 = 0,47712 \approx 0,4771;$
$lg5 = 0,69897 \approx 0,6990;$
$lg9 = 0,95424 \approx 0,9542;$
$lg11 = 1,04139 \approx 1,0414;$
$lg12 = 1,07918 \approx 1,0792;$
$lg14 = 1,14613 \approx 1,1461.$

Cədvəldən tapdığımız qiymətləri düsturda yerinə yazaraq orta həndəsi rəqəmin onluq loqarifmasını tapırıq:

$$lgG = \frac{lg3+lg5+lg9+lg11+lg12+lg14}{n} = \frac{0,4771+0,6990+0,9542+1,0414+1,0792+1,1461}{6} = \frac{5,397}{6} = 0,8995 \approx 0,899$$

$$lgG \approx lg0,899$$

Cədvəl 3.5-ə görə lg0,899-un mütləq qiyməti təxminən 7,9-dür (cədvəldə kursivlə işarələnib).

Cədvəl 3.5

Kəsir ədədləri üçün onluq loqarifmlər cədvəlindən bir hissə

Rəqəm	Loqarifm	**Rəqəm**	Loqarifm	**Rəqəm**	Loqarifm
7,0	0,8451	**7,4**	0,8692	**7,8**	0,8921
7,1	0,8513	**7,5**	0,8751	***7,9***	*0,8976*
7,2	0,8573	**7,6**	0,8808	**8,0**	0,9031
7,3	0,8633	**7,7**	0,8865	**8,1**	0,9085

Onda bizim misala görə orta həndəsi rəqəmin mütləq qiyməti $G \approx 7,9$ olacaqdır.

Orta həndəsi rəqəmin aşağıdakı xüsusiyyətləri vardır.

1. Orta həndəsi rəqəmin dəyişən əlamətin göstəricisini əks etdirən nümunələrin sayına bərabər olan qüvvəti təxminən dəyişən əlamətin qiymətlərinin hasilinə bərabər olur.

Yəni $G^n = v_1 \cdot v_2 \cdot ... v_n$.

Burada:

G – orta həndəsi rəqəm;

v – dəyişən əlamətin göstəricisi;

n – dəyişən əlamətin qiymətini göstərən nümunələrin sayı.

Orta həndəsi rəqəmin bu xüsusiyyətindən onun hesablanmasının düzgünlüyünü yoxlamaq üçün istifadə olunur.

Bizim misala görə dəyişən əlamətin sayı 6-dır, orta həndəsi rəqəmin qiyməti isə 7,9-dür. Orta həndəsi rəqəm üçün aldığımız qiyməti (7,9) 6 dəfə qüvvətə yüksəltdikdən sonra aldığımız rəqəm (243087) təxminən dəyişən əlamətlərinin qiymətlərinin hasilinə (3·5·9·11·12·14 = 249480) bərabər olacaqdır. Yəni, deyilənləri aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$G^6 = 7{,}9 \cdot 7{,}9 \cdot 7{,}9 \cdot 7{,}9 \cdot 7{,}9 \cdot 7{,}9 \approx 243087$$
$$G^6 = 3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 14 = 249480$$

Göründüyü kimi hər iki rəqəm təxminən bir-birinə bərabərdir.

2. Orta həndəsi rəqəm əlamətin göstəricilərinin vahidin hissəsləri (tam və ya kəsrlə) və ya faizlə ifadə olunduğu hallarda hesablana bilir.

3. Orta həndəsi rəqəmi dəyişən əlamətin göstəriciləri üçün qurulmuş variasiya cərgəsinin hər bir cərgəsində (qrupunda) olan nümunələrin sayının fərqli (asimmetrik) olduğu hallarda hesablamaq məsləhətdir.

4. Orta həndəsi rəqəmin ondan kiçik olan hər bir dəyişən əlamətin qiymətinə nisbətinin hasili təxminən orta həndəsi rəqəmdən böyük olan hər bir dəyişən əlamətin qiymətinin ona (orta həndəsi rəqəmə) olan nisbətinə bərabər olur. Bu qayda bizim yuxarıdakı misala görə aşağıdakı kimi olar:

$$\frac{7{,}9}{3} \cdot \frac{7{,}9}{5} \approx \frac{9}{7{,}9} \cdot \frac{11}{7{,}9} \cdot \frac{12}{7{,}9} \cdot \frac{14}{7{,}9}$$

$$\frac{62{,}41}{15} \approx \frac{16632}{3895{,}008}$$

buradan da $4{,}16 \approx 4{,}27$ olacaqdır.

Orta həndəsi rəqəm dəyişən əlamətin göstəricilərini əks etdirən nümunələrin ortasında durur və zamandan asılı olaraq müxtəlif əlamətlərin dəyişilməsinin öyrənilməsi üçün əlverişlidir.

3.8. Müxtəlif dövrlər üçün orta artımın qiymətinin müəyyən edilməsi

Eyni dövr ərzində (məsələn, müxtəlif illər ərzində) növün hər hansı bir əlamətinin göstəricisinin (məsələn, kütləsinin) orta artım qiymətini müəyyən etmək üçün həmin əlamətin hər bir dövrdəki artım göstəriciləri məlum olmalıdır. Əlamətin hər bir dövr ərzində artım göstəricisi müəyyən olunduqdan sonra aşağıdakı düsturdan istifadə etməklə onun bütün dövrlər üçün orta artımının qiymətini müəyyən etmək olar. Bunun üçün aşağıdakı düsturdan istifadə olunur:

$$\mathrm{x} = \mathrm{G} - 1 = \sqrt[n]{(1 + a_1) \cdot (1 + a_2) \cdot \dots \cdot (1 + a_n)}\,.$$

Burada:

x – n dövr (il) ərzində orta artımın qiyməti;

G – orta həndəsi rəqəm;

n – artımın müəyyən edildiyi dövrlərin (illərin) sayı;

a – hər bir dövr (il) ərzində faktiki (və ya planlaşdırılan) artım, bir dövr ərzindəki artımın ümumi artıma faizlə nisbəti 100-ə bölünür (%/100).

Orta artımın qiymətini müəyyən etmək üçün əvvəlcə loqarifmik hesablamalardan istifadə edərək orta həndəsi rəqəmi tapmaq lazımdır.

Bir misal üzərində hesablamaları aparmaqla fikrimizə aydınlıq gətirək. Tutaq ki, bizə Mingəçevir su anbarında yaşayan çəki balığının 14 il ərzində orta kütlə artımının qiymətini müəyyən etmək lazımdır. Bunun üçün biz əldə etdiyimiz nümunələr əsasında hər yaşda (1, 2, 3, ... , 14) çəki balığının kütləsinin orta arifmetrik rəqəmini $M = A + b \cdot \lambda$ düsturuna əsasən hesablayırıq. Tutaq ki, bizim tədqiq etdiyimiz çəki balığının yaşlar üzrə kütlə göstəricilərinin orta arifmeterik rəqəmləri belədir: 1 yaşında 48,5 q, 2 yaşında 225,4 q, 3 yaşında 612,3 q, 4 yaşında 1210,3 q, 5 yaşında 2125,7 q, 6 yaşında 2734,5 q, 7 yaşında 3637,9 q, 8 yaşında 4893,1 q, 9 yaşında 6218,4 q, 10 yaşında 7569,2 q, 11 yaşında 8973,5 q, 12 yaşında 10826,4 q, 13 yaşında 12584,6 q, 14 yaşında 14246,8 q (cədvəl 3.6, II sütun).

Bu rəqəmlərə əsasən hər il balığın kütləsinin orta hesabla nə qədər artdığını müəyyən edirik (cədvəl 3.6, III sütun). Balığın hər ildəki artımının onun son kütləsinə (14246,8) olan faizlə nisbətini hesablayaraq cədvəldə yzaırıq (cədvəl 3.6, IV sütun). Aldığımız rəqəmi 100-ə bölüb, on mində birə (0,001) qədər yuvarlaqlaşdıraraq balığın bir il ərzindəki artımın ümumi artıma faizlə nisbəti (a-nı) tapırıq (cədvəl 3.6, V sütun).

$$\mathrm{x} = \mathrm{G} - 1 = \sqrt[n]{(1 + a_1) \cdot (1 + a_2) \cdot \cdots \cdot (1 + a_n)}.$$

düsturuna uyğun olaraq hər yaşda a üçün aldığımız rəqəmin üzərinə 1 gəlirik (cədvəl 3.6, VI sütun).

Sonda isə 1 + a ifadəsinin onluq loqarifmasını tapırıq. Onluq loqariflərin kəsr hissəsi aşağıdakı kimi hesablanır: $10^{x} = 10^{\{x\}} \cdot 10^{[x]}$, burada {x} loqarifmaaltı ədədin (məsələn lg1,003) kəsr hissəsini (0,003), [x] isə tam hissəsini (1) göstərir. x-i tapmaq üçün [x] + {x} toplayırıq. Yəni, lgx = lg[x] + lg{x}. Məsələn, lg 2 ≈ 0,3010 bunu aşağıdakı kimi hesablayırlar: lg2 = ([lg2] = 0) + ({lg2} = 0,3010) = 0 (tam hissəsi) + 0,3010 (kəsr hissəsi) = 0,3010.

Başqa bir misal lg543,1 ≈ 2,7349, yəni lg543,1 = ([lg543,1] = 2) +({lg543,1} = 0,7349) = 2 (tam hissə) + 0,7349 (kəsr hissə) = 2,7349.

Cədvəl 3.6

14 il ərzində Mingəçevir su anbarında çəki balığının orta kütlə artımının müəyyən edilməsinə dair hesablamalar

Yaş qrupları, illər	Kütlə göstəricilərinin orta arifmeterik rəqəmi, q-la	Hər il üzrə faktiki kütlə artımı, q-la	Bir il ərzindəki artımın ümumi artıma faizlə nisbəti	Bir il ərzindəki artımın ümumi artıma faizlə nisbəti 100-ə bölünür, (a)	1+a	lg (1+a)
1	48,5	48,5	0,34	0,003	1,003	0,0013
2	225,4	176,9	1,24	0,012	1,012	0,0052
3	612,3	386,9	2,72	0,027	1,027	0,0116
4	1210,3	648	4,55	0,045	1,045	0,0191
5	2125,7	865,4	6,07	0,061	1,061	0,0257
6	2734,5	608,8	4,27	0,043	1,043	0,0183
7	3637,9	903,4	6,34	0,063	1,063	0,0265
8	4893,1	1255,2	8,81	0,088	1,088	0,0366
9	6218,4	1325,3	9,30	0,093	1,093	0,0386
10	7569,2	1350,8	9,48	0,095	1,095	0,0394
11	8973,5	1404,3	9,86	0,099	1,099	0,0410
12	10826,4	1852,9	13,00	0,130	1,130	0,0531
13	12584,6	1758,2	12,34	0,123	1,123	0,0500
14	14246,8	1662,2	11,68	0,117	1,117	0,0480
		∑14246,8	∑100%			∑lg (1+a) = 0,4144

Kəsrlə ifadə olunan ədədlərin onluq loqarifmlərini tapmaq üçün “onluq loqarifmin mantisləri” cədvəlindən istifadə olunur.

Cədvəl 3.7-də onluq loqarifmlərin mantislərinə dair bir hissə verilmişdir.

Cədvəl 3.7

Onluq loqarifmin mantisləri cədvəlindən bir hissə

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0	43									4	9	13	17	22	26	30	35	39
			86	128	170						4	9	13	17	21	25	30	34	38
						212	253				4	8	12	16	21	25	29	33	37
								294	334	374	4	8	12	16	20	24	28	32	36
11	414	453	492								4	8	12	16	20	24	27	31	35
				531	569	607					4	8	11	15	19	23	27	30	34
							645	682	719	755	4	7	11	15	18	22	26	29	33
12	792	898	864	899	934						3	7	11	14	18	21	25	28	32

Ədədin loqarifmasını hesablayan zaman təqdim olunmuş ədəddə olan rəqəmlərin sayı 4-dən çoxdursa, onda biz onları ilk 4 rəqəmə qədər yuvarlaqlaşdırmalıyıq (nəzərə almırıq). 5-ci rəqəm 5-dən yuxarı olduğu hallarda 4-cü rəqəmi bir vahid artırırıq. Bundan sonra cədvəl 3.7-dən istifadə etməklə axtardığımız ədədin onluq loqarifmasının mantisini tapırıq.

Bu cədvəldən istifadə qaydası belədir: onluq loqarifmasını tapacağımız ədədin ilk 2 ədədinə uyğun rəqəmi cədvəlin birinci sütununda tapırıq. Məsələn, cədvəl 3.6-nın VI sütunundakı birinci ədəd – 1,003-ün ilk iki rəqəmi 10-dur (vergül nəzərə alınmır).

Cədvəl 3.7-də 10 rəqəmini tapırıq (bu rəqəm cədvəldə I sütunda ilk rəqəmdir). 1,003 ədədinin üçüncü rəqəmi 0-dır. Bu rəqəmi cədvəl 7-də birinci cərgədə 0-dan 9-a qədər ardıcıllıqla yazılmış rəqəmlərin arasından seçirik. 0-la 10-un kəsişməsindəki rəqəm 0-dır. Bu rəqəm bizim cədvəldən seçəcəyimiz birinci rəqəmdir. 1,003 ədədinin dördüncü rəqəmi 3-dür, bu rəqəmi isə cədvəlin sağ tərəfində, birinci cərgədə olan 1-lə 9 arasındakı rəqəmlərin arasından tapırıq və onun əvvəldən tapdığımız 10 rəqəmi olan cərgə ilə kəsişməsindəki rəqəm 13-

dür. Bu rəqəm bizim cədvəldən seçəcəyimiz ikinci rəqəmdir. Cədvəl 3.6-da IV sütunda hər il üzrə faktiki artımın faizini taparkən alınan rəqəmləri 100-ə bölmüşdük. Həmin cədvəldə V sütunda IV sütunda aldığımız rəqəmi bir də 100-ə bölmüşük. Deməli III sütundakı rəqəmi biz 10000 dəfə azaltmışır. Ona görə də cədvəl 3.7-dən misalımıza uyğun (1,003) tapdığımız rəqəmləri 10000 dəfə azaldaraq aşağıdakı qaydada cəmləyirik: lg1,003 = 0,0000 + 0,0013 = 0,0013.

Cədvəl 3.6-da, VII sütundakı rəqəmlərin onluq loqarifmaları aşağıdakı kimi olacaqdır:

lg1,012 = 0,0043 + 0,0009 = 0,0052;
lg1,027 = 0,0086 + 0,0030 = 0,0116;
lg1,045 = 0,0170 + 0,0021 = 0,0191;
lg1,061 = 0,0253 + 0,0004 = 0,0257;
lg1,043 = 0,0170 + 0,0013 = 0,0183;
lg1,063 = 0,0253 + 0,0012 = 0,0265;
lg1,088 = 0,0334 + 0,0032 = 0,0366;
lg1,093 = 0,0374 + 0,0012 = 0,0386;
lg1,095 = 0,0374 + 0,0020 = 0,0394;
lg1,099 = 0,0374 + 0,0036 = 0,0410;
lg1,130 = 0,0531 + 0,0000 = 0,0531;
lg1,123 = 0,0492 + 0,0008 = 0,0500;
lg1,117 = 0,0453 + 0,0027 = 0,0480.

Cədvəl 3.7-dəki VII sütundakı rəqəmlərin cəmi [∑lg (1+a)] 0,4144 olacaqdır. Bizim misalda nümunələrin sayı (n) 14-ə baərabərdir. Bu qiymətləri $\lg G = \frac{\sum \lg(1+a)}{n}$ düsturunda yerinə yazmaqla orta həndəsi rəqəmin onluq loqarifmasını tapa bilərik:

$$\lg G = \frac{\sum \lg(1+a)}{n} = \frac{0,4144}{14} = 0,0296.$$

İndi isə onluq antiloqarifmlər cədvəlindən istifadə edərək orta həndəsi rəqəmin qiymətini tapırıq (cədvəl 3.8).

Cədvəl 3.8

Onluq antiloqarifmlər cədvəlindən bir hissə

m	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9
,00	1000	1002	1005	1007	1009	1012	1014	1016	1019	1021	0	0	1	1	1	1	2	2	2
,01	1023	1026	1028	1030	1033	1035	1038	1040	1042	1045	0	0	1	1	1	1	2	2	2
,02	1047	1050	1052	1054	1057	1059	1062	1064	1067	1069	0	0	1	1	1	1	2	2	2
,03	1072	1074	1076	1079	1081	1084	1086	1089	1091	1094	0	0	1	1	1	1	2	2	2
,04	1096	1099	1102	1104	1107	1109	1112	1114	1117	1119	0	1	1	1	1	2	2	2	2
,05	1122	1125	1127	1130	1132	1135	1138	1140	1143	1146	0	1	1	1	1	2	2	2	2
,06	1148	1151	1153	1156	1159	1161	1164	1167	1169	1172	0	1	1	1	1	2	2	2	2
,07	1175	1178	1180	1183	1186	1189	1191	1194	1197	1199	0	1	1	1	1	2	2	2	2
,08	1202	1205	1208	1211	1213	1216	1219	1222	1225	1227	0	1	1	1	1	2	2	2	3
,09	1230	1233	1236	1239	1242	1245	1247	1250	1253	1256	0	1	1	1	1	2	2	2	3

Onluq loqarifmlərin matisası cədvəlinin istifadə qaydasına uyğun olaraq onluq antiloqarifmlər cədvəlindən də istifadə edərək orta həndəsi rəqəm üçün aldığımız ədədi (0,0296) loqarifmdən çıxardırıq. Belə ki, antiloqarifmasını tapmaq istədiyimiz 0,0296 ədədinin vergüldən sonrakı iki rəqəmini cədvəl 3.8-in birinci sütunundan tapırıq. Sonra isə bu ədədin 3-cü rəqəmini cədvəlin birinci sırasındakı 0-dan-9-a, 4-cü rəqəmini isə 1-dən 9-a qədər olan rəqəmlərdən tapırıq və onların ilk iki rəqəmlə kəsişməsindəki rəqəmləri toplayırıq. Cədvəl 3.8-dən tapdığımız 1069 ədədi orta həndəsi rəqəmin (0,0296) vergüldən sonrakı 3-cü rəqəmi olduğundan onu 1000-ə, 1 ədədi isə vergüldən sonrakı 4-cü rəqəm olduğundan onu 10000-ə bölürük. Onada bizim misala uyğun olaraq cədvəldən tapdığımlz rəqəmlər aşağıdakı kimi olacaq:

1069 : 1000 = 1,069;

1 : 10000 = 0,0001.

Bu rəqəmlərin cəmi orta həndəsi rəqəmin (G) qiymətidir:

$$G = \lg 0{,}0296 = 1{,}069 + 0{,}0001 = 1{,}0691.$$

Yuxarıdakı düstura görə x = G – 1-dir. 3.6 saylı cədvəldə a-nı tapan zaman hər bir dövr (il) ərzində faktiki artımın faizini 100-ə bölmüşdük. Həmin fərqi aradan qaldırmaq üçün G-1-i 100-ə vuraraq 14 il üçün çəki balığının faktiki artımının faizini tapırıq. Onda bizim misal üçün

$$x = (G – 1) \cdot 100 = (1{,}0691 – 1) \cdot 100 = 6{,}91\% \text{ olacaqdır.}$$

Çəki balığının 14 il ərzində orta artımının faizini artım tempinə (faizi ədədə) çevirmək üçün balığın bu müddət ərzində topladığı kütləsini faktiki artım faizinə vurub, alınan rəqəmi 100-ə bölməklə orta artımın qiymətini tapırıq:

$$x = 14246{,}8 \cdot 6{,}91\% : 100 = 984{,}45 \text{ q.}$$

Beləliklə, Mingəçevir su anbarında çəki balığının 14 illik artım tempinin orta həndəsi rəqəmini – 1,0691 müəyyən etdikdən sonra onun bütün illər üçün orta artım tempini tapırıq. Bizim misala görə Mingəçevir su anbarında çəki balığının 14 il ərzində orta illik artım tempi 6,91% və ya 984,45 q-dır.

3.9. Orta kvadratik rəqəmin (S) hesablanması

Orta kvadratik rəqəm çevrə və ya ellips formasında olan hər hansı bir əlamətin ölçülməsi üçün istifadə olunur. Bu zaman ilkin olaraq əlamətin diametri və ya onun digər göstəricilərinin orta (təxmini) qiymətləri ölçülür. Məsələn, kürülərin, əzələ liflərinin, gözlərin, süd vəzilərinin vezikullarının, ayrı-ayrı hüceyrələrin, onların nüvələrinin və s. diametrlərinin göstəriciləri müəyyən edilən zaman orta kvadratik rəqəm tapılır.

Orta kvadratik rəqəmi tapmaq üçün əlamətin ilkin göstəricilərini (hər bir nümunənin göstəricisi) ayrı-ayrılıqda kvadrata yüksəldib onları cəmləmək, alınan rəqəmi nümunələrin sayına böldükdən sonra ondan kvadrat kök almaq lazımdır. Bunun üçün aşağıdakı düsturdan istifadə olunur:

$$S = \sqrt{\frac{\Sigma v^2}{n}}$$

Burada:
S – orta kvadratik rəqəm;
Σ – cəm işarəsi;
v – əlamətin ilkin göstəricisi;
n – tədqiqata cəlb olunan nümunələrin sayıdır.

Bir misal üzərində orta kvadratik rəqəmi tapaq. Məsələn, tutaq ki, Xəzər şirbitinin kürülərinin diametri aşağıdakı kimidir: 0,96 mm, 1,52 mm, 0,99 mm, 1,82 mm, 1,25 mm, 1,43 mm, 1,15 mm, 1,34 mm, 1,19 mm, 1,39 mm, 1,68 mm. Bu göstəricilərə uyğun olaraq Xəzər şirbitinin kürüləri üçün orta kvadratik rəqəmi tapaq. Onda

$$S = \sqrt{\frac{0{,}96^2 + 1{,}52^2 + 0{,}99^2 + 1{,}82^2 + 1{,}25^2 + 1{,}43^2 + 1{,}15^2 + 1{,}34^2 + 1{,}19^2 + 1{,}39^2 + 1{,}68^2}{11}}$$

$$= \sqrt{\frac{20{,}4206}{11}} = \sqrt{1{,}856} = 1{,}36 \text{ mm olacaq.}$$

Orta arifmetrik rəqəmin tapılması zamanı hər bir variasiya cərgəsinin orta göstəricisinin tapılması üçün də orta kvadratik rəqəm tapıla bilər. Bunun üçün hər variasiya cərgəsindəki nümunələrin göstəricilərinin kvadratları cəmini onların sayına bölüb alınan rəqəmdən kvadrat kök almaq lazımdır.

3.10. Orta harmonik rəqəmin (H) hesablanması

Adətən zamanla ifadə olunan göstəricilərin orta qiymətini tapmaq üçün orta harmonik rəqəmi tapmaq lazım gəlir. Belə proseslər zamanı bir əlamətin göstəricisinin artması (məsələn, sürətin artması) digərinin (vaxtın) azalması ilə xarakterizə olunur. Bu baxımdan, orta harmonik rəqəm dəyişən əlamətin göstəricisinin ümumi nəticəyə tərs mütənasib olduğu nümunələri emal etməyə imkan verir.

Bu xüsusiyyətləri aşağıdakı misalla göstərmək olar: çoxalmaq üçün dənizdən çaya miqrasiya edən balığın sürəti nə qədər çox olarsa, onun kürütökmə yerinə çatması üçün daha az zaman tələb olunar.

Orta harmonik rəqəm aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$H = \frac{n}{\Sigma\frac{1}{v}}$$

Burada:

H – orta harmonik rəqəm;

n – nümunələrin sayı;

Σ – cəm işarəsi;

v – dəyişən əlamətin göstəricisini əks etdirən nümunənin qiymətidir.

Bir misal üzərində orta harmonik rəqəmi tapaq. Tutaq ki, çoxalmaq üçün dənizdən çaya girən kütüm balığının bir fərdi kürütökmə yerinə qədər olan 300 km-lik məsafənin 50 km-ini 25 saata, ikinci fərdi 30 saata, üçüncü fərdi 33 saata, dördüncü fərdi 38 saata, beşinci fərdi 42 saata gedir. Qeyd olunan məsafəni balıq fərdlərinin orta hesabla hansı müddətə getdiyini ədədi ortanı tapmaqla müəyyən edə bilərik:

$$M_{ə.o.} = (25 + 30 + 33 + 38 + 42) : 5 = 33{,}6 \text{ saat.}$$

Lakin aldığımız bu qiymət bütün fərdlərin kürütökmə yerinə çatmaq üçün sərf edəcəkləri vaxtı özündə düzgün ifadə etmir. Belə ki, bizim misala görə birinci balıq 25 saata 50 km məsafə qət edibsə, 150 saata bundan 6 dəfə (150:25=6) çox (300 km) məsafə qət edəcək. İkinci balıq 50 km məsafəni 30 saata qət etdiyinə görə o, 150 saata 50 km-dən 5 dəfə (150:30=5) çox (250 km), üçüncü balıq 50 km məsafəni 33 saata qət etdiyinə görə o, 150 saata 50 km-dən 4,54 dəfə (150:34=4,54) çox (227 km), dördüncü balıq 50 km məsafəni 38 saata qət etdiyinə görə o, 150 saata 50 km-dən 3,95 dəfə (150:38=3,95) çox (197,5 km), beşinci balıq 50 km məsafəni 42 saata qət etdiyinə görə o, 150 saata 50 km-dən 3,57 dəfə (150:42=3,57) artıq məsafə qət edəcəkdir. Bunlara əsasən deyə bilərik ki, 5 balıq 750 saat (5 balıq · 150 saat = 750 saat) ərzində ilkin gedilən məsafədən 23,06 dəfə (6 + 5 + 4,54 + 3,95 + 3,57 = 23,06) artıq məsafə qət ediblər. Sərf olunan ümumi vaxtı (750 saat) bu rəqəmə bölməklə ədədi orta üçün başqa bir qiyməti alarıq:

$$M_{ə.o.} = \frac{750}{23,06} \approx 32,5.$$

Göründüyü kimi ədədi orta üçün tapdığımız yuxarıdakı iki qiymət (33,6 və 32,5) bir-birindən fərqlənir. Ona görə də balıqların kürütökmə yerinə gedib çıxmaları üçün sərf etdikləri vaxtı daha dəqiq ifadə etmək üçün orta harmonik rəqəmi tapmaq lazımdır. Ona görə də yuxarıdakı düsturda (orta harmonik rəqəmi tapmaq üçün təklif olunan düstur) qiymətləri yerinə yazmaqla bizim misala uyğun olaraq orta harmonik rəqəmi tapırıq:

$$H = \frac{n}{\Sigma\frac{1}{v}} = \frac{5}{\frac{1}{25}+\frac{1}{30}+\frac{1}{33}+\frac{1}{38}+\frac{1}{42}} = \frac{5}{0,04+0,03+0,03+0,03+0,02} = \frac{5}{0,15} = 33,3$$

saat.

Beləliklə, tapdığımız orta harmonik rəqəm ədədi orta üçün tapdığımız rəqəmlərdən fərqlənir və o, hesablamalara cəlb olunmuş bütün nümunələri daha dəqiq xarakterizə edir.

3.11. Modanın (Mo) müəyyən edilməsi

Moda və ya modal variant nümunələrin ən çox təsadüf etdiyi variasiya cərgəsinə uyğun gəlir. Bu göstərici həm keyfiyyət, həm də kəmiyyət göstəricilərinin müəyyən olunduğu zaman tapılır.

Diskret variasiyalarda keyfiyyət əlamətlərinə dair modanın müəyyən edilməsi vizual müşahidəyə əsasən həyata keçirilir və o nümunələrin ən çox olduğu variasiya cərgəsinə uyğun gəlir.

Kəmiyyət əlamətləri üçün modanın qiymətini hesablayan zaman variasiya cərgələrinin sərhəddlərinin, variasiya cərgələri arasındakı fərqin göstəriciləri, nümünələrin ən çox qeydə alındığı variasiya cərgəsi və bu variasiya cərgəsindən əvvəlki və sonrakı variasiya cəgələrindəki nümunələrin sayı məlum olmalıdır.

Moda aşağıdakı düsturlarla hesablanır:

$$Mo = V_{Mo} + \lambda \cdot \frac{p_2 - p_1}{2p_2 - p_1 - p_3} \text{ və ya}$$
$$Mo = V_{Mo} + \lambda \cdot \frac{p_2 - p_1}{(p_2 - p_1) + (p_2 - p_3)}.$$

Burada:

Mo – moda;

V_{Mo} – modanın aid olduğu variasiya cərgəsinin aşağı sərhəddi;

λ – variasiya cərgələri arasındakı fərq;

p_1 – modadan əvvəlki variasiya cərgəsindəki nümunələrin sayı;

p_2 – modanın qeydə alındığı variasiya cərgəsindəki nümunələrin sayı;

p_3 – modadan sonrakı variasiya cərgəsindəki nümunələrin sayıdır.

Bir misal üzrə modanı tapaq. Məsələn, tutaq ki, 5 yaşlı çay sıfının kütlə göstəriciləri (q-la) belədir: 1240, 1186, 1135, 1254, 996, 1393, 1480, 1087, 1352, 1435, 1019, 1073, 1221, 1299, 1157, 1160, 1327, 1237, 1160, 1274, 1223, 1101, 1110, 1237, 1184, 1097, 1156, 1324, 1197, 1240. Bu göstəricilərə uyğun olaraq modanı tapaq. İlkin olaraq yuxarıdakı göstəricilər arasından tərəddüdü, yəni Lim-i (ən böyük və ən kiçik göstəriciləri) müəyyən edirik: 996 və 1480. Lim arasındakı fərqi tapaq: 1480-996=480. Lim-in qiymətini 8-ə bölməklə variasiya cərgələri arasındakı fərqi tapırıq. λ = 480:8=60.

Çay sıfının kütlə göstəricilərini ifadə edən rəqəmlərə əsasən variasiya cərgələrini qurmaq üçün birinci variasiya cərgəsinin ən aşağı sərhəddini müəyyən edək. Bunun üçün çay sıfının ən kiçik kütlə göstəricisindən λ-nın qiymətinin yarısını (30) çıxırıq. Bizim misala görə birinci variasiya cərğəsinin ən kiçik sərhəddi 996-30=966 olacaqdır. Bu variasiya cərgəsinin yuxarı sərhəddi 966+60=1026 olacaqdır. Digər variasiya cərgələrini də bu qayda ilə tapırıq (cədvəl 3.9).

Cədvəl 3.9

Çay sıfının kütlə göstəricilərinə görə modanın tapılması

Variasiya cərgələrinin nömrələri	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Variasiya cərgələrinin sərhəddləri	967-1026	1027-1086	1087-1146	1147-1206	1207-1266	1267-1326	1327-1386	1387-1446	1447-1506
Variasiya cərgələrinə düşən nümunələrin sayı (p)	2	2	4	6	8	3	2	2	1

Bu misalda modal variant p = 8 olan 5-ci variasiya cərgəsidir. Bu variasiya cərgəsinin, yəni modanın aid olduğu variasiya cərgəsinin aşağı sərhəddi – V_{Mo} = 1207-dir. Burada modadan əvvəlki variasiya cərgəsindəki nümunələrin sayı – p_1 = 6, modanın qeydə alındığı variasiya cərgəsindəki nümunələrin sayı – p_2 = 8, modadan sonrakı variasiya cərgəsindəki nümunələrin sayı – p_3 = 3-dür.

Modanı tapmaq üçün yuxarıda təklif etdiyimiz hər iki düsturdan istifadə etməklə onu tapaq:

$$Mo = V_{Mo} + \lambda \cdot \frac{p_2 - p_1}{2p_2 - p_1 - p_3} = 1207 + 60 \cdot \frac{8-6}{2 \cdot 8 - 6 - 3} = 1207 + 60 \cdot \frac{2}{7} = 1207 + 17{,}4 = 1224{,}4 \text{ q.}$$

$$Mo = V_{Mo} + \lambda \cdot \frac{p_2 - p_1}{(p_2 - p_1) + (p_2 - p_3)} = 1207 + 60 \cdot \frac{8-6}{(8-6)+(8-3)} = 1207 + 60 \cdot \frac{2}{7} = 1207 + 17{,}4 = 1224{,}4 \text{ q.}$$

Modanın qiyməti orta arifmetik rəqəmlə üst-üstə düşə və ya ondan fərqli ola bilər.

Modanın tapılması xüsusilə keyfiyyət əlamətlərini xarakterizə etmək üçün əlverişlidir. Ondan istifadə edərək genetikada alternativ əlamətlərin genetik xüsusiyyətləri aşkara çıxarılır. Məsələn, dominant əlamətlər modaya uyğun gəlir.

3.12. Medianın (Me) müəyyən edilməsi

Median, dəyişən əlamətin göstəricilərini əks etdirən bütün nümunələri və ya verilənləri iki bərabər hissəyə bölən variantdır. Nəticədə əlamətin göstəricilərini əks etdirən nümunələrin və ya verilənlərin yarısı mediandan az, digər yarısı isə ondan çox olacaqdır.

Kəmiyyət əlamətləri üçün medianı təyin edərkən nümunələri artan və ya azalan ardıcıllıqla bir sırada düzmək lazımdır. Belə sıralamada median sıranın orta üzvünə bərabər olacaqdır. Məsələn, ümumi sayı tək olan aşağıdakı rəqəmlər sırasında 2, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 19, 21 median 6-cı rəqəmə (12) uyğun olacaqdır. Ümumi sayı cüt olan aşağıdakı sıralamada isə 2, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 19, 21, 23 median 6-cı (12) və 7-ci (14) rəqəmlərin cəminin yarısına, yəni (12 + 14) : 2 = 13-ə bərabər olacaq.

Çoxlu sayda nümunələr üçün median aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$Me = V_{Me} + \lambda \cdot \frac{i_1 - i_2}{p_{Me}}.$$

Burada:

Me – median;

V_{Me} – medianın aid olduğu variasiya cərgəsinin aşağı sərhəddi;

λ – variasiya cərgələri arasındakı fərq;

i_1 – bütün nümunələrin ümumi sayının yarısı (n : 2);

i_2 – mediana qədər olan nümunələrin ümumi sayıdır;

p_{Me} – medianın təsadüf etdiyi variasiya cərgəsinə qədər olan nümunələrin sayı (medianın təsadüf etdiyi variasiya cərgəsinə düşən nümunələr də daxil olmaqla).

Variasiya cərgələrinin emalı (işlənməsi) nəticəsində medianı hesablamaq üçün "nümunələrin sayının toplanması" metodundan istifadə olunur. Variasiya cərdələrində olan nümunələrin sayı ardıcıl olaraq toplanır və hər sonrakı variasiya sırasında ondan əvvəlki sıralarda olan nümunələrin sayının cəmi yazılır. 5 yaşlı çay sıfının kütlə göstəriciləri üçün yuxarıda qeyd etdiyimiz nümunələr əsasında bu məsələyə aydınlıq gətirək (cədvəl 3.10).

Cədvəl 3.10-dan göründüyü kimi birinci variasiya cərgəsində olan nümunələrin sayı 2-dir. Növbəti cərgədə birinci və ikinci cərgələrdəki nümunələrin sayının cəmi 2 + 2 = 4 qeyd olunmuşdur. Üçüncü variasiya cərgəsindəki rəqəm birinci, ikinci və üçüncü variasiya cərgələrində olan nümunələrin sayının cəmidir 2 + 2 + 8 = 8. Digər variasiya cərgələrindəki rəqəmlər də bu qayda ilə tapılır. Sonuncu variasiya cərgəsindəki nümunələrin sayı ∑p və ya n-ə bərabər olmalıdır. Belə ki, bizim misalda sonuncu (10-cu) variasiya cərgəsi üçün alınacaq qiymət 2 + 2 + 4 + 6 + 8 + 3 + 2 + 2 + 1 = 30 olacaqdır.

Misalımıza görə bütün nümunələrin sayını 2-yə bölməklə i_1-i tapa bilərik – i_1 = 30 : 2 = 15. Aldığımız rəqəm cədvəl 3.10-dakı 5-ci variasiya cərgəsinə uyğun gəlir.

Medianın təsadüf etdiyi variasiya cərgəsi müəyyən olunduqdan sonra V_{Me} (medianın aid olduğu variasiya cərgəsinin aşağı sərhəddi) də bizə məlum olacaqdır (1207). Artıq p_{Me} (medianın təsadüf etdiyi variasiya cərgəsindəki nümunələr də daxil olmaqla ona qədər olan nümunələrin sayı) və i_2 (mediana qədər olan nümunələrin ümumi sayı) də məlumdur. Bizim misala görə p_{Me} = 22, i_2 = 14.

Cədvəl 3.10

Çay sıfının kütlə göstəricilərinin "Nümumələrin sayının toplanması" metodu ilə işlənməsi

Variasiya cərgələrinin nömrələri	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Variasiya cərgələrinin sərhəddləri	967-1026	1027-1086	1087-1146	1147-1146	1207-1266	1267-1326	1327-1386	1387-1446	1447-1506
Variasiya cərgələrində olan nümunələrin sayı (p)	2	2	4	6	8	3	2	2	1
Variasiya cərgələrində olan nümunələrin sayının özündən əvvəlki ilə cəmi	2	4	8	14	22	25	27	29	30

Medianı tapmaq üçün bütün məchullar artıq məlumdur və həmin qiymətləri aşağıdakı düsturda yerinə yazıb medianı tapa bilərik:

$$Me = V_{Me} + \lambda \cdot \frac{i_1 - i_2}{p_{Me}} = 1207 + 60 \cdot \frac{15-14}{22} = 1207 + 2{,}7 = 1209{,}7 \text{ q.}$$

Digər cərgələrlə müqayisədə ilk və son variasiya cərgələrinə düşən nümunələrin sayı ən çox və ya ən az fərqləndikdə median orta arifmetik rəqəmin əvəzinə istifadə olunur.

4. BİOMETRİK TƏDQİQATLAR ZAMANI ƏLAMƏTİN DƏYİŞKƏNLİK GÖSTƏRİCİLƏRİNİN HESABLANMASI

4.1. Variasiyanın əsas göstəriciləri

Artıq məlumdur ki, əlamətin göstəricisini əks etdirən bütün nümunələrin ilk xüsusiyyəti onların orta qiymətinin müəyyən edilməsinə xidmət edir. Lakin orta qiymət tədqiq olunan əlamət üzrə bütün nümunələrin xüsusiyyətlərini özündə tam əks etdirmir. Belə ki, nümunələr arasında bir-birindən kəskin fərqlənənlər də ola bilir.

Əlamətin göstəricisini əks etdirən bütün nümunələrin ikinci əhəmiyyətli göstəricisi ondan ibarətdir ki, onların hər biri əlamətin göstəricisinin müəyyən qədər dəyişkənliyini əks etdirir. Nümunələrin sayının çox olması tədqiq olunan əlamətin xüsusiyyətlərinin daha dəqiq əks olunmasına imkan verir.

Tədqiq olunan əlamətə dair əldə olunmuş nümunələr arasında dəyişkənlik dərəcəsinin (nümunələrin bir-birindən fərqlənmələri), o cümlədən variasiya cərgələri üzrə nümunələrin paylanma xarakterinə uyğun əlamətin xüsusiyyətlərin müəyyən edilməsi xüsusi işlənmiş variasiya statistikası üsulları ilə həyata keçirilir.

Variasiyanın əsas göstəriciləri aşağıdakı statistik qiymətlərdir:

Tərəddüd (dəyişkənlik) – Lim;

Dispersiya (variant) – σ^2;

Orta kvadratik kənaraçıxma – σ;

Normallaşdırılmış kənarlaşma – x və ya t;

Dəyişkənlik əmsalı – CV və ya V.

4.2. Əlamətin dəyişkənlik göstəricilərinin tərəddüdünün (dəyişkənliyin) – *Lim*-in müəyyən edilməsi

Lim – tədqiq olunan əlamətə uyğun əldə olunmuş bütün göstəricilər arasında ən kiçik və ən böyük qiymətlərini ifadə edir. Bu iki qiymət arasında olan göstəricilərin *Lim*-ə heç bir təsiri yoxdur. Tutaq ki, çəki balığının hər hansı bir əlamətinin, məsələn yan xətt orqanındakı pulcuqların sayının müəyyən edilməsi məqsədilə 30 ədəd balıqda (nümunədə) yan xətt pulcuqları sayılnmışdır və onların sayı aşağıdakı kimi olmuşdur: 33, 36, 42, 35, 32, 33, 34, 36, 39, 41, 34, 38, 41, 35, 37, 34, 40, 36, 41, 34, 37, 39, 43, 40, 34, 38, 36, 40, 42, 41. Bu göstəricilər arasında ən kiçiyi 32, ən böyüyü isə 43-dür. Digər bütün göstəricilər bu iki göstərici arasında yerləşir. Ən böyük və ən kiçik göstəricilərin müəyyən olunması üçün heç bir hesablamaya ehtiyac yoxdur. Lim-in ən böyük və ən kiçik qiymətləri arasındakı fərq nə qədər çoxdursa, əlamətin dəyişkənliyi də bir o qədər çox olur. Lim əlamətin göstəricilərinin tərəddüdünü əks etdirir. Əlamətin göstəricilərinin variasiya cərgələrindəki (qrupdakı) müxtəlifliyi Lim-ə heç bir təsir göstərmir.

Həmişə əlamətin göstəricisinə dair nümunələrin təhlili zamanı ilkin olaraq Lim müəyyən edilir. Göstəriciləri variasiya sırasına düzmədən də Lim müəyyənləşdirilə bilər. Lim əlamətin ümumi göstəricisi haqqında müəyyən qədər məlumatın əldə olunmasına imkan verir, lakin bu məlumat reallığı tam əks etdirə bilmir. Belə ki, bizim yuxarıdakı misalda 30 ədəd çəki balığının yan xətt orqanındakı pulcuqların sayının 32 ilə 43 arasında dəyişdiyi deyildikdə aydın olur ki, bu növün yan xətt orqanındakı pulcuqlar qeyri-müəyyən sayda deyil, konkret aralıqda (32-43) dəyişir. Doğrudur bu göstərici (yəni Lim) tədqiq olunan əlamətin göstəricisi haqqında dəqiq məlumat verməsə də, ən azından onun göstəricilərinin məhz həmin sərhədd daxilində dəyişdiyini göstərir.

Müxtəlif əlamətlərin Lim göstəriciləri eyni ola bilər, lakin onların digər göstəriciləri (ədədi ortası, orta arifmetrik rəqəmi və s.) fərqli olacaqdır.

4.3. Dispersiyanın (variant) – σ^2 hesablanması

Latın dilindən tərcümədə dispersiya "səpələnmə" kimi tərcümə olunur ki, bu da orta səviyyədən müəyyən qədər, çox da kəskin olmayan kənarlaşma (sapma) kimi şərh edilə bilər. Bu əlamətin göstəricisini əks etdirən nümunələrin riyazi hesablamalar nəticəsində əldə olunan orta qiymətinə nisbətən kənaraçıxmasını (yayılmasının) göstərir. Dispersiya aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(\text{v} - \text{Mə.o.})^2}{\text{n}}$$

Burada:
σ^2 – dispersiya;
$\sum$ – cəm işarəsi;
v – hər bir nümunənin göstəricisi;
$M_{ə.o.}$ – ədədi orta;
n – nümunələrin sayıdır.

Məlumdur ki, əlamətin göstəricilərinə dair toplanmış nümunələrin riyazi üsullarla işlənməsi zamanı əldə olunan orta arifmetrik rəqəmdən solda və sağda olan nümunələrlə onun (orta arifmetrik rəqəmin) fərqinin cəmi sıfırdan böyük və ya kiçik ola bilir. Təxmini ortada da belə nəticə alınır. Yəni, təxmini ortadan solda və sağda olan nümunələrlə onun (təxmini ortanın) fərqinin cəmi sıfırdan böyük və ya kiçik ola bilir. Ona görə də, yuxarıda deyilənlər nəzərə alınaraq dispersiyanın hesablanması zamanı yalnız ədədi ortadan istifadə olunur.

Tutaq ki, 2 yaşlı 10 ədəd çəki balığının kütlə göstəriciləri (q-la) belədir: 525, 654, 498, 726, 539, 780, 584, 643, 812, 750. Biz bu balıqların kütlə göstəricilərinin ədədi ortasını tapdıqdan sonra onların hər birinin kütləsinin ədədi ortadan nə qədər çox və ya az olduğunu müəyyən edə bilərik (cədvəl 4.1).

Cədvəl 4.1

Çəki balığının kütlə göstəricilərinin ədədi ortadan kənarlaşmasının hesablanması

Balığın nömrəsi	Kütlə göstəriciləri, v (q-la)	$v - M_{ə.o.}$ (q-la)	$(v - M_{ə.o.})^2$ (q-la)
№ 1	525	525-651,1= –126,1	15901,21
№ 2	654	654-651,1= 2,9	8,41
№ 3	498	498-651,1= –153,1	23439,61
№ 4	726	726-651,1= 74,9	5610,01
№ 5	539	539-651,1= –112,1	12566,41
№ 6	780	780-651,1= 128,9	16615,21
№ 7	584	584-651,1= – 67,1	4502,41
№ 8	643	643-651,1= – 8,1	65,61
№ 9	812	812-651,1= 160,9	25888,81
№ 10	750	750-651,1= 98,9	9781,21
	$M_{ə.o.} = \frac{\Sigma v}{n} = \frac{6511}{10} = 651,1$	$\sum v - M_{ə.o.} = – 466,5 + 466,5 = 0$	$\sum(v - M_{ə.o.})^2 = 114378,9$

Cədvəl 4.2-də (3-cü sütunda) hər bir çəki balığının kütləsinin ədədi ortadan nə qədər çox və ya az olduğunu müəyyən etdikdən sonra sadə bir variasiya cərgəsi tərtib edə bilərik. Cədvəl şəklində tərtib etdiyimiz bu variasiya cərgəsi variantların hər birinin ədədi ortadan nə qədər kənaraçıxmasını əks etdirəcəkdir.

Cədvəl 4.2

Çəki balığının kütlə göstəricilərinin ədədi ortadan kənaraçıxmaları

-153,1	-126,1	-112,1	-67,1	-8,1	$M_{ə.o.}$ 651,1	2,9	74,9	98,9	128,9	160,9

Ədədi ortadan soldakı nümunələrin göstəriciləri ondan kiçik, sağdakılar isə böyükdür.

Cədvəldə üçüncü sütunda göründüyü kimi ədədi ortadan kiçik və ondan böyük olan nümunələrin fərqinin cəmi sıfırdır. Bu istənilən hesablama üçün belədir. Ona görə də nümunələrin ədədi ortadan kənarlaşmasını müəyyən etmək üçün hər bir nümunənin ədədi ortadan fərqi zamanı əldə olunan rəqəmi kvadrata yüksəldib onların cəmini tapırıq (cədvəl 4.2-də, III sütun).

Cədvəl 4.2-də aldığımız qiymətləri dispersiya üçün yuxarıda təklif olunmuş düsturda yerinə qoymaqla bizim misal üçün dispersiyanın qiymətini tapa bilərik:

$$\sigma^2 = \frac{\sum(v - M_{ə.o.})^2}{n} = \frac{114378{,}9}{10} = 11437{,}89$$

Əlamətin dəyişkənliyinin dərindən təhlil olunması zamanı dispersiyanın müəyyən edilməsi mühüm əhəmiyyət daşıyır və o, "Dispersiya analizi" adlı statistik metoddan istifadə etməklə hesablanır.

4.4. Orta kvadratik kənarlaşmanın – σ hesablanması

İstifadə olunan nümunələr əsasında əlamətin göstəricisinin dəyişkənliyinin müəyyən edilməsi üçün istifadə olunan əsas üsul orta kvadratik kənarlaşmanın hesablanmasıdır. Orta kvadratik kənarlaşmanı iki üsulla tapmaq olar: **a.** Ədədi ortaya və ya **b.** Nümunələrin variasiya cərgələri üzrə paylanmasına görə.

a. Orta kvadratik kənarlaşmanın (σ-nın) ədədi ortaya ($M_{ə.o.}$) görə tapılması zaman dispersiyanın (σ^2) qiymətindən kvadrat kök alınır. Ona görə də dispersiya üçün təklif olunan düsturu aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(v - M_{ə.o.})^2}{n}}.$$

Burada:
σ – orta kvadratik kənarlaşma;
∑ – cəm işarəsi;
v – hər bir nümunənin göstəricisi;
$M_{ə.o.}$ – ədədi orta;
n – nümunələrin sayıdır.

Deməli orta kvadratik kənarlaşma hər bir nümunənin göstəricisi ilə ədədi ortanın fərqinin kvadtarları cəminin nümunələrin ümumi sayına olan nisbətinin kvadrat kökünə bərabərdir.

Əlamətin göstəricisi müəyyən edilərkən nümunələrin sayı 25-30-dan az olarsa, onda orta kvadratik kənarlaşmanı hesablamaq üçün yuxarıda təklif olunmuş düsturda, kökaltı ifadənin məxrəcində bir qədər dəyişiklik olunur və düstur aşağıdakı formada olur:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(v - M_{ə.o.})^2}{n-1}}$$

Orta kvadratik kənarlaşma – əlamətin həm kəmiyyət, həm də keyfiyyət göstəricilərinin hesablanması zamanı istifadə olunan nümunələrin dəyişkənliyinin müəyyən olunması üçün ən ümumi statistik göstəricidir. Bu göstərici hər bir nümunənin ədədi ortadan nə qədər kənara çıxdığını göstərir. σ-nın qiymətinin böyük olması əlamətin göstəricisinin müəyyən edilməsi zamanı istifadə olunan ayrı-ayrı nümunələrin ədədi ortadan daha çox kənarlaşmasını (uzaqlaşmasını) göstərir.

Bir misal üzərində izahat verək. Tutaq ki, Kür altağızının yan xətt orqanındakı pulcuqların sayı 51-63 ədəd arasında dəyişir və tədqiqat zamanı ölçülən 50 ədəd balığın bu əlamət üzrə göstəriciləri aşağıdakı kimidir: 51, 53, 52, 53, 53, 56, 55, 54, 55, 55, 56, 56, 59, 57, 59, 58, 57, 58, 57, 59, 57, 57, 58, 58, 58, 58, 59, 57, 58, 58, 60, 57, 58, 57, 60, 57, 58, 56, 58, 56, 59, 58, 59, 59, 62, 61, 61, 62, 63, 63.

Bu göstəricilərə uyğun olaraq ədədi ortanı tapaq. $M_{ə.o.}$ = (51 + 53 + 52 + 53 + 53 + 56 + 55 + 54 + 55 + 55 + 56 + 56 + 59 + 57 + 59 + 58 + 57 + 58 + 57 + 59 + 57 + 57 + 58 + 58 + 58 + 58 + 59 + 57 + 58 + 58 + 60 + 57 + 58 + 57 + 60 + 57 + 58 + 56 + 58 + 56 + 59 + 58 + 59 + 59 + 62 + 61 + 61 + 62 + 63 + 63) : 50 = 2875 : 50 = 57,5.

Nümunələrə əsasən 2 saylı düsturda $\sum(v - M_{ə.o.})^2$ ifadəsinin qiymətini tapaq: $(v - M_{ə.o.})^2$ = $(51 – 57{,}5)^2 + (53 – 57{,}5)^2 + (52 – 57{,}5)^2 + (53 – 57{,}5)^2 + (53 – 57{,}5)^2 + (56 – 57{,}5)^2 + (55 – 57{,}5)^2 + (54 – 57{,}5)^2 + (55 – 57{,}5)^2 + (55 – 57{,}5)^2 + (56 – 57{,}5)^2 + (56 – 57{,}5)^2 + (59 – 57{,}5)^2 + (57 – 57{,}5)^2 + (59 – 57{,}5)^2 + (58 – 57{,}5)^2 + (57 – 57{,}5)^2 + (58 – 57{,}5)^2 + (57 – 57{,}5)^2 + (59 – 57{,}5)^2 + (57 – 57{,}5)^2 + (57 – 57{,}5)^2 + (58 – 57{,}5)^2 + (58 – 57{,}5)^2 + (58 – 57{,}5)^2 + (58 – 57{,}5)^2 + (59 – 57{,}5)^2 + (57 – 57{,}5)^2 + (58 – 57{,}5)^2 + (58 – 57{,}5)^2 + (60 – 57{,}5)^2 + (57 – 57{,}5)^2 + (58 – 57{,}5)^2 + (57 – 57{,}5)^2 + (60 – 57{,}5)^2 + (57 – 57{,}5)^2 + (58 – 57{,}5)^2 + (56 – 57{,}5)^2 + (58 – 57{,}5)^2 + (56 – 57{,}5)^2 + (59 – 57{,}5)^2 + (58 – 57{,}5)^2 + (59 – 57{,}5)^2 + (59 – 57{,}5)^2 + (62 – 57{,}5)^2 + (61 – 57{,}5)^2 + (61 – 57{,}5)^2 + (62 – 57{,}5)^2 + (63 – 57{,}5)^2 + (63 – 57{,}5)^2 = (– 6{,}5)^2 + (– 4{,}5)^2 + (– 5{,}5)^2 + (– 4{,}5)^2 + (– 4{,}5)^2 + (– 1{,}5)^2 + (– 2{,}5)^2 + (– 3{,}5)^2 + (– 2{,}5)^2 + (– 2{,}5)^2 + (– 1{,}5)^2 + (– 1{,}5)^2 + (0{,}5)^2 + (– 0{,}5)^2 + (– 1{,}5)^2 + (0{,}5)^2 + (– 0{,}5)^2 + (0{,}5)^2 + (– 0{,}5)^2 + (1{,}5)^2 + (– 0{,}5)^2 + (– 0{,}5)^2 + (0{,}5)^2 + (0{,}5)^2 + (0{,}5)^2 + (0{,}5)^2 + (1{,}5)^2 + (– 0{,}5)^2 + (0{,}5)^2 + (0{,}5)^2 + (2{,}5)^2 + (– 0{,}5)^2 + (0{,}5)^2 + (– 0{,}5)^2 + (2{,}5)^2 + (– 0{,}5)^2 + (0{,}5)^2 + (– 1{,}5)^2 + (0{,}5)^2 + (– 1{,}5)^2 + (1{,}5)^2 + (0{,}5)^2 + (1{,}5)^2 + (1{,}5)^2 + (4{,}5)^2 + (3{,}5)^2 + (3{,}5)^2 + (4{,}5)^2 + (5{,}5)^2 + (5{,}5)^2 = 334{,}5$.

İndi isə $\sigma = \sqrt{\frac{\sum(v - M_{ə.o.})^2}{n}}$ düsturuna əsasən orta kvadratik kənarlaşmanı tapa bilərik:

$$\sigma = \sqrt{\frac{334{,}5}{50}} = \sqrt{6{,}69} = 2{,}5865 \approx 2{,}59.$$

b. Nümunələrin variasiya cərgələri üzrə paylanmasına görə orta kvadratik kənarlaşma aşağıdakı düsturla tapılır:

$$\sigma = \lambda \cdot \sqrt{b_2 - b_1^2}$$

Burada:
σ – orta kvadratik kənarlaşma;
λ – variasiya cərgələri arasındakı fərq və ya interval;
b_1 – birqat orta kənaraçıxma;
b_2 – kvadrat orta kənaraçıxmadır.

Birqat orta kənaraçıxma (b_1) bir neçə üsulla tapıla bilir. Lakin onun qiyməti həmişə orta kənaraçıxmaya (b) bərabər olur. Ona görə də birqat və kvadrat orta kənaraçıxmaların aşağıdakı düsturlarla hesablanması daha sadədir.

$$b = b_1 = \frac{\sum p \cdot a}{n}$$

$$b_2 = \frac{\sum p \cdot a^2}{n}$$

Burada:
∑ – cəm işarəsi;
p – hər bir variasiya cərgəsində olan nümunələrin sayı;
a – şərti kənarlaşma;
a^2 – şərti kənarlaşmanın kvadratı;
n – nümunələrin sayıdır.

Nümunələrin sayı 25-30-dan aşağı olduqda bu düsturlarda nümunələrin sayından 1 çıxılır, yəni kəsrin məxrəci n -1 kimi olur.

Yuxarıda misalımızda Kür altağızının yan xətt orqanındakı pulcuqlarının orta kvadratik kənarlaşmasını "Ədədi ortaya" görə tapdıq. İndi isə həmin misal əsasında orta kvadratik kənarlaşmanı "Nümunələrin variasiya cərgələri üzrə paylanması" üsuluna görə tapaq. Bunun üçün əvvəlcə variasiya cərgələri qurulmalıdır. Variasiya cərgələrini qurmaq üçün onların sayını və onlar arasındakı fərqi (intervali) bilmək lazımdır. Tutaq ki, biz bütün nümunələri 7 variasiya cərgəsinə yığmaq istəyirik, onda nümunələr arasında olan maksimum göstəricidən minimum göstəricini çıxıb, alınan qiyməti 6-ya bölməliyik: $\lambda = (63 - 51) : 6 = 12 : 6 = 2$. Birinci variasiya cərgəsinin aşağı sərhəddi $51 - (\lambda : 2) = 51 - 1 = 50$. Variasiya cərgəsinin ağaşı sərhəddin üzərinə λ-nın qiymətini gəlməklə onun yuxarı sərhəddini tapırıq: $50 + 2 = 52$. Deməli, birinci variasiya cərgəsinə daxil olacaq rəqəmlər 50-dən sonra gələn 51 və 52 olacaqdır. Bu qayda ilə digər variasiya cərgələrinin də sərhəddlərini tapıb hər variasiya cərgəsinə düşən nümunələrin sayını, şərti və şərti kvadrat kənarlaşmaları müəyyən edirik (cədvəl 4.3).

Cədvəl 4.3

Kür altağızının yan xətt orqanında olan pulcuqlarının sayına dair variasiya cərgələri (n = 50)

Variasiya cərgələrinin nömrələri	1	2	3	4	5	6	7
Hər bir variasiya cərgəsinin sərhəddi	51-52	53-54	55-56	57-58	59-60	61-62	63-64
Hər bir variasiya cərgəsində olan nümunələrin sayı (p)	2	4	8	22	8	4	2
Şərti kənarlaşma (a)	– 3	– 2	– 1	0	1	2	3
Şərti kənarlaşmanın kvadratı (a^2)	9	4	1	0	1	4	9

$p \cdot a$ -ların ($p_1 \cdot a_1$, $p_2 \cdot a_2$, $p_3 \cdot a_3$ ...) cəmini tapmaq üçün mərkəzi variasiya cərgəsindən (cədvəl 4.3-də 4-cü variasiya cərgəsi) solda və sağda yerləşən variasiya cərgələrində olan nümunələrin sayını (p) şərti kənarlaşmaya (a) vurub cəmləyirik. $p \cdot a^2$-nı tapdıqda isə mərkəzi variasiya cərgəsindən solda və sağda yerləşən variasiya cərgələrində olan nümunələrin sayını şərti kənarlaşmanın kvadratına (a^2) vurub cəmləyirik.

İndi isə cədvəl 4.3-dəki rəqəmlərdən istifadə edərək birqat və kvadrat orta kənaraçıxmaları (b_1 və b_2) tapaq:

$$b_1 = \frac{\sum p \cdot a}{n} = \frac{8\cdot(-1)+4\cdot(-2)+2\cdot(-3)+8\cdot1+4\cdot2+2\cdot3}{50} = \frac{-8-8-6++8+8+6}{50} = 0 \text{ və}$$

$$b_2 = \frac{\sum p \cdot a^2}{n} = = \frac{8\cdot1+4\cdot4+2\cdot9+8\cdot1+4\cdot4+2\cdot9}{50} = \frac{84}{50} = 1{,}68.$$

Göründüyü kimi mərkəzi variasiya cərgəsindən solda və sağda olan variasiya cərgələrindəki nümunələrin sayı bərabər olduqda birqat orta kənaraçıxma sıfıra bərabər olur, lakin kvadrat orta kənaraçıxma sıfırdan fərqli olur. Deməli istənilən variasiya cərgələri üçün kvadrat orta kənaraçıxma həmişə müəyyən qiymətə malik olur.

İndi isə nümunələrin variasiya cərgələri üzrə paylanmasına görə orta kvadratik kənarlaşma üçün yuxarıda təklif etdiyimiz düsturdan istifadə etməklə orta kvadratik kənaraçıxmanı tapaq:

$$\sigma = \lambda \cdot \sqrt{b_2 - b_1^2} = 2 \cdot \sqrt{1{,}68 - 0} = 2 \cdot 1{,}2961 = 2{,}5922 \approx 2{,}59.$$

Göründüyü kimi, hər iki üsulla, həm “Ədədi ortaya”, həm də “Nümunələrin variasiya cərgələri üzrə paylanmasına görə” orta kvadratik kənarlaşma üçün aldığımız qiymət eynidir $\sigma = 2{,}59$.

Xəzər külməsinin standart uzunluğunun tapılmasına dair yuxarıda qeyd etdiyimiz misala uyğun olaraq orta kvadratik kənarlaşmanı hesablayaq (cədvəl 4.4).

Cədvəl 4.4

Xəzər külməsinin standart uzunluğunun orta arifmetrik rəqəminin tapılması ardıcıllığı

Variasiya cərgələrinin nömrələri	Variasiya cərgələrinin sərhədləri	Variasiya cərgələrində olan nümunələrin sayı (p)	Hər bir variasiya cərgəsinin ədədi ortası (v)	Şərti kənarlaşma (a)	Şərti kənarlaşmanın kvadratı (a^2)
I	13,5-14,2	3	13,85	–3	9
II	14,3-15,0	5	14,65	–2	4
III	15,1-15,8	10	15,45	–1	1
IV	15,9-16,6	16	16,25	0	0
V	16,7-17,4	8	17,05	1	1
VI	17,5-18,2	6	17,85	2	4
VII	18,3-19,0	2	18,65	3	9

Cədvəl 4.4-dəki rəqəmlər əsasında birqat və kvadrat orta kənaraçıxmaları (b_1 və b_2) tapaq:

$$b_1 = \frac{\sum p \cdot a}{n} = \frac{10 \cdot (-1) + 5 \cdot (-2) + 3 \cdot (-3) + 8 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 2 \cdot 3}{50} =$$
$$\frac{-10 + (-10) + (-9) + 8 + 12 + 6}{50} = \frac{-3}{50} = -0{,}06 \text{ və}$$
$$b_2 = \frac{\sum p \cdot a^2}{n} = \frac{10 \cdot 1 + 5 \cdot 4 + 3 \cdot 9 + 8 \cdot 1 + 6 \cdot 4 + 2 \cdot 9}{50} = \frac{107}{50} = 2{,}14$$

$\sigma = \lambda \cdot \sqrt{b_2 - b_1^2}$ düsturdan istifadə etməklə bu misal üçün də orta kvadratik kənaraçıxmanı hesablayaq. Misalımızda variasiya cərgələri arasındakı fərq (λ) 0,8 sm idi.

$\sigma = \lambda \cdot \sqrt{b_2 - b_1^2} = 0{,}8 \cdot \sqrt{2{,}14 - 0{,}0036} = 0{,}8 \cdot 1{,}4616 = 1{,}1693 \approx 1{,}17$.

Orta kvadratik kənarlaşma – əlamətin dəyişkənliyini yaxşı xarakterizə edən göstəricidir. Bu göstəricinin vahidi öyrənilən əlamətin ölçü vahidi ilə eyni ada malik olur. Məsələn, əlamətin göstəricisi ədədlə, sm-lə, kq-la və s. ifadə olunursa, orta kvadratik kənarlaşma da həmin vahidlə (ədəd, sm, kq və s.) ifadə olunur.

4.5. Normallaşdırılmış kənarlaşmanın – x və ya t hesablanması

Normallaşdırılmış kənarlaşma – dəyişkənliyi müəyyən etməyə imkan verən, bu və ya digər variantın (nümunənin) ədədi ortadan kənarlaşmasını ifadə edən statistik işarədir (əlamətdir). Onun köməyi ilə ümumi nümunələr arasında hər bir nümunənin ədədi ortadan fərqini şərti vahidlərlə (şərti kvadratik kənarlaşmanın addımlarında) ifadə etmək mümkündür.

Normallaşdırılmış kənarlaşma aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$x = \frac{v - M_{ə.o.}}{\sigma}$$

Burada:

x – normallaşdırılmış kənarlaşma;

v – hər bir nümunənin göstəricisi;

$M_{ə.o.}$ – ədədi orta;

σ – orta kvadratik kənarlaşmadır.

Normallaşdırılmış kənarlaşma nə qədər böyükdürsə, onda öyrənilən əlamətin göstəricisinin qiyməti ədədi ortadan bir o qədər fərqli olacaqdır. Normallaşdırılmış kənarlaşmanın işarəsi (müsbət və mənfi olması) onun verilmiş nümunənin ədədi ortasından hansı istiqamətdə kənara çıxdığını, yəni ədədi ortadan kiçik (mənfi olduqda) və ya böyük (müsbət olduqda) olduğunu göstərir.

2 yaşlı Xəzər külməsinin standart uzunlupuna dair misala qayıdaq. Həmin misala görə standart uzunluğunu ölçdüyümüz 50 ədəd Xəzər külməsinin uzunluqları aşağıdakı kimi idi: 13,8

sm, 14,0 sm, 14,2 sm, 14,3 sm, 14,5 sm, 14,6 sm, 14,8 sm, 15,0 sm, 15,1 sm, 15,2 sm, 15,3 sm, 15,4 sm, 15,4 sm, 15,5 sm, 15,6 sm, 15,7 sm, 15,8 sm, 15,8 sm, 15,9 sm, 15,9 sm, 16,0 sm, 16,0 sm, 16,0 sm, 16,1 sm, 16,1 sm, 16,2 sm, 16,2 sm, 16,2 sm, 16,3 sm, 16,3 sm, 16,4 sm, 16,4 sm, 16,5 sm, 16,6 sm, 16,7 sm, 16,7 sm, 16,8 sm, 16,9 sm, 16,9 sm, 17,0 sm, 17,1 sm, 17,2 sm, 17,5 sm, 17,6 sm, 17,8 sm, 17,9 sm, 18,0 sm, 18,2 sm, 18,3 sm, 18,6 sm. Hesablamalarımıza görə ədədi orta $M_{ə.o.} = 16,166 \approx 16,17$ sm, orta kvadratik kənarlaşma isə $\sigma = 1,1866 \approx 1,17$ sm olmuşdur. Bizim misala uyğun olaraq variasiya sırasındakı birinci göstəricinin (13,8 sm) normallaşdırılmış kənarlaşmasını müəyyən edək:

$$x = \frac{v - M_{ə.o.}}{\sigma} = \frac{13,8-16,17}{1,19} = \frac{-2,37}{1,19} = -\,1,99.$$

Normallaşdırılmış kənarlaşmanın köməyi ilə bütövlükdə qrupa aid olan hər hansı bir nümunəni qiymətləndirmək, onun qrupdakı çəkisini müəyyən etmək və eyni zamanda bu nümunənin ilkin göstəricisindən xilas olmaq olar. Eyni zamanda normallaşdırılmış kənarlaşmadan əlamətin müqayisəli qiymətləndirilməsi zamanı da istifadə edilə bilər. Belə ki, o ədədi ortadan kəskin fərqlənən variantların aşkar olunmasına və onların sonrakı hesablamalar zamanı nəzərə alınmamasına imkan verir. Məsələn, tutaq ki, hər hansı bir əlamətə dair əldə olunmuş 100 nümunənin göstəriciləri 12-57, onlardan 95-inin göstəricisi 30-42, 2-sinin göstəricisi 12-20, 3-ünün göstəricisi isə 53-57 arasında dəyişir. Belə hallarda nümunələrin əksəriyyətinin göstəricilərindən kəskin fərqlənən nümunələr (kənar qiymətlər) atılır və sonrakı hesablamalara cəlb olunmur.

Hesablamalar zamanı kəskin fərqlənən nümunələrin meydana çıxmasının səbəbləri qeyri-dəqiq ölçmələr, diqqətsizlik, metodoloji səhvlər və s. ola bilər. Belə variantlar normallaşdırılmış kənarlaşmanın köməyi ilə aşkara çıxarılır.

Bu məqsədlə “atılma kriteriyası” (hesablamalar zamanı kəskin fərqlənən nümunələrin atılması) düsturundan istifadə olunur:

$$T = \frac{v - M_{ə.o.}}{\sigma} \geq T_{st}$$

Burada:

T – atılma kriteriyası;

v – hər bir nümunənin (obyekt) qiyməti;

$M_{ə.o.}$ – ədədi orta;

σ – orta kvadratik kənarlaşma;

T_{st} – atılma kriteriyasının standart qiymətidir.

Xəzər külməsinin standart uzunlupuna dair yuxarıdakı misalımızda ən aşağı (min.) və ən yüxarı göstəricilər üçün atılma kriteriyasını müəyyən edək. Misalımızda min. = 13,8 sm, max. = 18,6 sm, $M_{ə.o.}$ = 16,166 ≈ 16,17 sm, σ = 1,1866 ≈ 1,17 sm olmuşdur. Bu qiymətləri yuxarıdakı düsturda yerinə qoyaq:

$$T_{min.} = \frac{v - M_{ə.o.}}{\sigma} = \frac{13,8 - 16,17}{1,17} = -2$$

$$T_{max.} = \frac{v - M_{ə.o.}}{\sigma} = \frac{18,6 - 16,17}{1,17} = 2,04$$

Əldə ediyimiz nəticələri “atılma kriteriyası”nın standart qiymətləri üçün təklif olunmuş cədvəldəki qiymətlərlə müqayisə edək (cədvəl 4.5).

Cədvəl 4.5

Atılma kriteriyası (T_{st}) üçün standart qiymətlər cədvəli

n	T_{st}	n	T_{st}	n	T_{st}	n	T_{st}	n	T_{st}
5	**3,04**	**11**	**2,33**	**17**	**2,18**	**35-39**	**2,06**	**80-89**	**2,00**
6	**2,78**	**12**	**2,29**	**18**	**2,17**	**40-44**	**2,05**	**90-99**	**2,00**
7	**2,62**	13	**2,26**	19	**2,16**	45-49	**2,04**	100	**1,99**
8	**2,51**	14	**2,24**	20-24	**2,15**	50-59	**2,03**		
9	**2,43**	15	**2,22**	25-29	**2,11**	60-69	**2,02**		
10	**2,37**	16	**2,20**	30-34	**2,08**	70-79	**2,01**		

Bizim misalda nümunələrin sayı 50 olduğuna görə cədvəl 4.5-dən n = 50-nin göstəricisini götürürük:

$$T_{st}\ (n = 50) = 2{,}03$$

Bizim misalımızda ən aşağı göstərici üçün atılma kriteriyasının (T) qiyməti – 2, ən yuxarı göstərici üçün isə 2,04-dür. Onda,

$$T_{min.} = -2 < 2{,}03$$
$$T_{max.} = 2{,}04 > 2{,}03 \text{ olacaqdır.}$$

Beləliklə, bizim misalımızdakı minimum göstəriciyə malik olan nümunənin atılma kriteriyasının qiyməti atılma kriteriyasının standart qiymətindən aşağı olduğu üçün atılmır və hesablamalara cəlb olunur. Maksimum göstəriciyə malik olan nümunənin atılma kriteriyasının qiyməti atılma kriteriyasının standart qiymətindən yuxarı olduğu üçün atılır və sonrakı hesablamalara cəlb olunmur.

Başqa bir misal göstərək. Tutaq ki, 40 ədəd 5 yaşlı çapaq balığının tam kütləsinin göstəriciləri aşağıdakı kimidir: 205,2 q, 251,8 q, 380,5 q, 392,4 q, 398,1 q, 400,3 q, 405,3 q, 412,6 q, 425,8 q, 436,9 q, 443,7 q, 452,7 q, 458,5 q, 468,9 q, 471,3 q, 485,6 q, 492,3 q, 495,2 q, 498,5 q, 500,2 q, 502,6 q, 508,6 q, 515,3 q, 516,8 q, 520,4 q, 532,6 q, 546,2 q, 573,4 q, 586,3 q, 596,0 q, 599,2 q, 623,5 q, 642,9 q, 668,9 q, 697,1 q, 723,5 q, 762,1 q, 788,2 q, 804,2 q, 982,3 q.

Bu qiymətlərə uyğun olaraq ədədi ortanı müəyyən edək: $M_{ə.o.}$= (205,2 + 251,8 + 380,5 + 392,4 + 398,1 + 400,3 + 405,3 + 412,6 + 425,8 + 436,9 + 443,7 + 452,7 + 458,5 + 468,9 + 471,3 + 485,6 + 492,3 + 495,2 + 498,5 + 500,2 + 502,6 + 508,6 + 515,3 + 516,8 + 520,4 + 532,6 + 546,2 + 573,4 + 586,3 + 596,0 + 599,2 + 623,5 + 642,9 + 668,9 + 697,1 + 723,5 + 762,1

+ 788,2 + 804,2 + 982,3) : 40 = 21165,9 : 40 = 529,1475 ≈ 529,15 q.

İndi isə $\sigma = \sqrt{\frac{\sum(v - M_{ə.o.})^2}{n}}$ düsturuna əsasən, ədədi ortaya görə orta kvadratik kənarlaşmanı hesablayaq. Əvvəlcə $(v - M_{ə.o.})^2$-nın cəmini tapaq: $\sum(v - M_{ə.o.})^2$ = $(205,2 – 530,15)^2$ + $(251,8 – 530,15)^2$ + $(380,5 – 530,15)^2$ + $(392,4 – 530,15)^2$ + $(398,1 – 530,15)^2$ + $(400,3 – 530,15)^2$ + $(405,3 – 530,15)^2$ + $(412,6 – 530,15)^2$ + $(425,8 – 530,15)^2$ + $(436,9 – 530,15)^2$ + $(443,7 – 530,15)^2$ + $(452,7 – 530,15)^2$ + $(458,5 – 530,15)^2$ + $(468,9 – 530,15)^2$ + $(471,3 – 530,15)^2$ + $(485,6 – 530,15)^2$ + $(492,3 – 530,15)^2$ + $(495,2 – 530,15)^2$ + $(498,5 – 530,15)^2$ + $(500,2 – 530,15)^2$ + $(502,6 – 530,15)^2$ + $(508,6 – 530,15)^2$ + $(515,3 – 530,15)^2$ + $(516,8 – 530,15)^2$ + $(520,4 – 530,15)^2$ + $(532,6 – 530,15)^2$ + $(546,2 – 530,15)^2$ + $(573,4 – 530,15)^2$ + $(586,3 – 530,15)^2$ + $(596,0 – 530,15)^2$ + $(599,2 – 530,15)^2$ + $(623,5 – 530,15)^2$ + $(642,9 – 530,15)^2$ + $(668,9 – 530,15)^2$ + $(697,1 – 530,15)^2$ + $(723,5 – 530,15)^2$ + $(762,1 – 530,15)^2$ + $(788,2 – 530,15)^2$ + $(804,2 – 530,15)^2$ + $(982,3 – 530,15)^2$ = $(– 324,93)^2$ + $(– 278,33)^2$ + $(– 149,63)^2$ + $(– 137,73)^2$ + $(– 132,03)^2$ + $(– 129,83)^2$ + $(– 124,83)^2$ + $(– 117,53)^2$ + $(– 104,33)^2$ + $(– 93,23)^2$ + $(– 86,43)^2$ + $(– 77,43)^2$ + $(– 71,63)^2$ + $(– 61,23)^2$ + $(– 58,83)^2$ + $(– 44,53)^2$ + $(– 37,83)^2$ + $(– 34,93)^2$ + $(– 31,63)^2$ + $(– 29,93)^2$ + $(– 27,53)^2$ + $(– 21,53)^2$ + $(– 14,83)^2$ + $(– 13,33)^2$ + $(– 9,73)^2$ + $(2,47)^2$ + $(16,07)^2$ + $(43,27)^2$ + $(56,17)^2$ + $(65,87)^2$ + $(69,07)^2$ + $(93,37)^2$ + $(112,77)^2$ + $(138,77)^2$ + $(166,97)^2$ + $(193,37)^2$ + $(231,97)^2$ + $(258,07)^2$ + $(274,07)^2$ + $(452,17)^2$ = 105579,5049 + 77467,5889 + 22389,1369 + 18969,5529 + 17431,9209 + 16855,8289 + 15582,5289 + 13813,3009 + 10884,7489 + 8691,8329 + 7470,1449 + 5995,4049 + 5130,8569 + 3749,1129 + 3460,9689 + 1982,9209 + 1431,1089 + 1220,1049 + 1000,4569 + 895,8049 + 757,9009 + 463,5409 + 219,9289 + 177,6889 + 94,6729 + 6,1009 + 258,2449 + 1872,2929 + 3155,0689 + 4338,8569 + 4770,6649

+ 8717,9569 + 12717,0729 + 19257,1129 + 27878,9809 + 37391,9569 + 53810,0809 + 66600,1249 + 75114,3649 + 204457,7089 = 870640,2951. Aldığımız qiyməti düsturda yerinə qoyub orta kvadratik kənarlaşmanı tapaq:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(v - M_{ə.o.})^2}{n}} = \sqrt{\frac{870640.2951}{40}} \approx 147{,}53.$$

Atılma kriteriyası düsturuna əsasən misalımızdakı ən kiçik və ən böyük göstəricilər üçün atılma kriteriyasını hesablayaq.

$$T_{min.} = \frac{v - M_{ə.o.}}{\sigma} = \frac{205{,}2 - 530{,}15}{147{,}53} = -\,2{,}20$$

$$T_{max.} = \frac{v - M_{ə.o.}}{\sigma} = \frac{982{,}3 - 530{,}15}{147{,}53} = 3{,}06.$$

Cədvəl 4.5-ə görə 40 ədəd nümunə üçün atılma kriteriyasının standart qiyməti 2,05-dir. Deməli atılma kriteriyası 2,05-dən çox olan nümunələr hesablamalara cəlb olunmamalıdır:

$$T_{min.} = -2{,}20 > 2{,}05\ (T_{st})$$

$$T_{max.} = 3{,}06 > 2{,}05\ (T_{st})$$

Deməli bu iki nümunənin atılma kriteriyasının qiyməti atılma kriteriyasının standart qiymətindən yuxarı olduğu üçün onlar atılır və hesablamalara cəlb olunmurlar.

İndi isə növbəti nümunələri, yəni ən kiçikdən sonrakı və ən böyükdən əvvəlki nümunələr üçün atılma kriteriyasını hesablayaq:

$$T_{min.sonra} = \frac{v - M_{ə.o.}}{\sigma} = \frac{251{,}8 - 530{,}15}{147{,}53} = -\,1{,}89$$

$$T_{max.əvvəl} = \frac{v - M_{ə.o.}}{\sigma} = \frac{804{,}2 - 530{,}15}{147{,}53} = 1{,}86.$$

$$T_{min.sonra} = -1{,}89 < 2{,}05\ (T_{st})$$

$$T_{max.əvvəl} = 1{,}86 < 2{,}05\ (T_{st})$$

Göründüyü kimi bu iki nümunənin atılma kriteriyası standart atılma kriteriyasından kiçikdir və onlar hesablamalara cəlb olunmalıdır.

Beləliklə, yuxarıda qeyd etdiyimiz hesablamalar aparıldıqdan sonra müəyyən olunur ki, 40 ədəd 5 yaşlı çapaq balığının kütlə göstəricilərinə dair yuxarıda verilmiş nümunələrdən yalnız 38-i hesablamalara cəlb olunaraq onlar əsasında orta arifmetrik rəqəm və onun səhvi düzgün tapıla bilər. Yəni tapılacaq statistik rəqəmlər bütün nümunələri daha çox xarakterizə edəcəkdir.

4.6. Dəyişkənlik əmsalının – CV hesablanması

Tərəddüddən və orta kvadratik kənarlaşmadan istifadə edərək əlamətin göstəricilərinə dair nümunələrin dəyişmə dərəcəsinin təyin edilməsi üsullarının bir çatışmazlığı var: onlar əlamətin dəyişkənliyinin göstəricisini nisbi qiymətlərlə deyil, əldə olunmuş konkret qiymətlərlə ifadə edirlər. Nəticə etibarı ilə onların köməyi ilə dəyişkənliyin böyüklüyü baxımından bir-birinə bənzəməyən əlamətləri müqayisə etmək mümkün olmur. Dəyişkənlik əmsalı və ya variasiya əmsalı (CV) nümunələr arasında əlamətin dəyişkənliyini faizlə ifadə edir. Bu baxımdan, müxtəlif əlamətlərin dəyişkənliyini müqayisə etmək lazım olduğu hallarda variasiya əmsalından istifadə etmək məqsədəuyğundur.

Dəyişkənlik əmsalı aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$CV = \frac{\sigma}{M_{ə.o.}} \cdot 100\%$$

Burada:

CV – dəyişkənlik əmsalı;

σ – orta kvadratik kənarlaşma;

$M_{ə.o.}$ – ədədi ortadır.

Düsturdan görünür ki, dəyişkənlik əmsalı əlamətin orta kvadratik kənarlaşmasının ədədi ortaya faizlə nisbətinə bərabərdir.

Beləliklə, yuxarıdakı misalda 5 yaşlı çapaq balığının tam kütləsinin ədədi ortası $M_{ə.o.}$ = 529,15 q, orta kvadratik kənarlaşması σ = 147,53 q olduğu halda onun dəyişkənlik əmsalı aşağıdakı qiymətə $CV = \frac{\sigma}{M_{ə.o.}} \cdot 100\% = \frac{147{,}53 \cdot 100\%}{529{,}15} =$ 27,88% bərabər olacaqdır.

Dəyişkənlik əmsalının qiyməti nə qədər yüksək olarsa, əlamətin göstəricisini əks etdirən nümunələr arasında dəyişkənlik də bir o qədər çox olar. CV-nin qiyməti 5%-dən az olduqda dəyişkənlik aşağı, CV-nin qiyməti 5-10% arasında olduqda orta və CV-nin qiyməti 10%-dən çox olduqda isə yüksək hesab olunur.

Ona görə də, 5 yaşlı çapaq balığının tam kütləsinin dəyişkənliyinin 10%-dən çox olmasına əsasən deyə bilərik ki, onun dəyişkənliyi yüksəkdir.

Dəyişkənlik əmsalı orta kvadratik kənarlaşmanın faizi ilə ifadə olunduğuna görə digər xüsusiyyətlərin hesablanmasında ondan istifadə olunmur.

4.7. Dəyişkənlik əmsalının xüsusiyyətləri

Dəyişkənlik əmsalının aşağıdakı xüsusiyyətlərini nəzərə almaq lazımdır:

a. Dəyişkənlik əmsalının qiyməti həmişə ədədi orta və orta kvadratik kənarlaşma ilə birlikdə nəzərdən keçirilməlidir. Yəni təhlillər zamanı dəyişkənlik əmsalı bu iki göstərici ilə yanaşı istifadə olunmalıdır. Bunun səbəbini aşağıdakı kimi izah edə bilərik: bir növün iki müxtəlif əlamətinin və ya müxtəlif popylyasiyalarda eyni əlamət üzrə ədədi orta və orta kvadratik kənarlaşmanın mütləq göstəriciləri bir-birinə bərabər, yaxud da çox yaxın ola bilər. Belə olan halda hər iki əlamət və ya müxtəlif populyasiyaların eyni əlamət üzrə dəyişkənlik əmsalı da bərabər olacaqdır. Lakin bu bərabərlik heç də bir növün müqayisə olunan iki əlaməti və ya müxtəlif populyasiyaların eyni əlaməti üzrə variasiya cərgələrində olan dəyişkənliklərin bir-birinə bərabər olması anlamına gəlməməlidir.

Misal göstərək, tutaq ki, hesablamalar nəticəsində Xəzər külməsinin Mingəçevir və Şəmkir populyasiyalarının standart uzunluğu üçün alınan ədədi orta və orta kvadrat kənarlaşmanın qiymətləri aşağıdakı kimidir (n =30):

$M_{ə.o.(Mingəçevir)}$ = (19,5 + 19,8 + 20,1 + 20,8 + 20,9 + 21,2 + 21,7 + 22,1 + 22,2 + 22,4 + 23,0 + 23,0 + 23,0 + 23,0 + 23,1 + 23,2 + 23,4 + 23,4 + 23,6 + 23,9 + 24,1 + 24,3 + 24,5 + 24,7 + 25,2 + 25,8 + 26,1 + 26,9 + 27,2 + 27,8) : 30 = 23,33 sm;

Orta kvadratik kənarlaşmanı tapmaq üçün variasiya cərgələrini qurub σ-nı tapaq:

Min. = 19,5
Max. = 27,8
λ = 1,4

Variasiya cərgəsinin sərhəddi	18,9-20,2	20,3-21,6	21,7-23,0	23,1-24,4	24,5-25,8	25,9-27,2	27,3-28,6
Variasiya cərgəsində olan nümunələrin sayı (p)	3	3	6	**10**	4	3	1

Buradan da

$$\sigma_{Mingəçevir} = \lambda \cdot \sqrt{b_2 - b_1^2} = \lambda \cdot \sqrt{\frac{\sum p \cdot a^2}{n} - \left(\frac{\sum p \cdot a}{n}\right)^2} = 1{,}4 \cdot \sqrt{\frac{6\cdot1+3\cdot4+3\cdot9+4\cdot1+3\cdot4+1\cdot9}{30} - \left(\frac{6\cdot(-1)+3\cdot(-2)+3\cdot(-3)+4\cdot1+3\cdot2+1\cdot3}{30}\right)^2}$$

$$= 1{,}4\cdot\sqrt{\frac{70}{30} - \left(\frac{-8}{30}\right)^2} = 1{,}4\cdot\sqrt{2{,}33 - 0{,}0729} = 1{,}4 \cdot 1{,}50 = 2{,}1 \text{ sm.}$$

$M_{\text{ə.o.(Şəmkir)}}$ = (19,7 + 19,8 + 20,6 + 20,7 + 20,8 + 21,7 + 21,9 + 22,4 + 22,6 + 22,7 + 23,2 + 23,3 + 23,4 + 23,5 + 23,5 + 23,6 + 23,6 + 23,6 + 23,6 + 23,6 + 24,1 + 24,1 + 24,2 + 24,3 + 24,4 + 25,0 + 25,4 + 27,5 + 27,5 + 27,9) : 30 = 23,33 sm.

Orta kvadratik kənarlaşmanı tapmaq üçün variasiya cərgələrini qurub σ-nı tapaq:

Min. = 19,7
Max. = 27,9

Variasiya cərgəsinin sərhəddi	Variasiya cərgəsində olan nümunələrin sayı (p)
19,1-20,4	2
20,5-21,8	4
21,9-23,2	5
23,3-24,6	14
24,7-26,0	2
26,1-27,4	0
27,5-28,8	3

Buradan da

$$\sigma_{\text{Şəmkir}} = \lambda \cdot \sqrt{b_2 - b_1^2} = \lambda \cdot \sqrt{\frac{\sum p \cdot a^2}{n} - \left(\frac{\sum p \cdot a}{n}\right)^2} = 1{,}4 \cdot \sqrt{\frac{5 \cdot 1 + 4 \cdot 4 + 2 \cdot 9 + 2 \cdot 1 + 0 \cdot 4 + 3 \cdot 9}{30} - \left(\frac{5 \cdot (-1) + 4 \cdot (-2) + 2 \cdot (-3) + 2 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 3 \cdot 3}{30}\right)^2} =$$

$$= 1{,}4 \cdot \sqrt{\frac{68}{30} - \left(\frac{-8}{30}\right)^2} = 1{,}4 \cdot \sqrt{2{,}27 - 0{,}0729} = 1{,}4 \cdot 1{,}48 = 2{,}07 \approx 2{,}1 \text{ sm.}$$

Bu qiymətlərə uyğun olaraq külmənin Mingəçevir və Şəmkir populyasiyaları üçün dəyişkənlik əmaslının qiyməti – CV = $\frac{2{,}1 \cdot 100\%}{23{,}33}$ = 9,0% bərabər olacaqdır.

Göründüyü kimi, dəyişkənlik əmsalının qiymətinin (CV = 9,0%) hər iki populyasiyada təxminən eynidir, lakin nümunələrin variasiya cərgələri üzrə paylanması müxtəlifdir.

b. Yuxarıdakı misalda qeyd etdiyimiz kimi müxtəlif popylyasiyalarda eyni əlamət üzrə dəyişkənlik əmsalının qiymətinin bərabər olması orta kvadratik kənarlaşmanın və ədədi ortanın qiymətinin eyni olması ilə əlaqədardır. Ona görə də hesablamalar, müqayisələr və təhlillər zamanı bu xüsusiyyət mütləq nəzərə alınmalıdır.

c. Variasiya cərgələri üzrə nümunələrin paylanma xüsusiyyətlərini təhlil edərkən dəyişkənlik əmsallarından istifadə etmək məqsədəuyğundur. Məsələn, balıqların yaşı ilə əlaqədar olaraq onların dəyişən əlamətlərinin göstəriciləri müəyyən edilərkən ədədi orta və orta kvadratik kənarlaşma ilə yanaşı dəyişkənlik əmsalının (CV) da öyrənilməsi həmin əlamətin yaşlar üzrə dəyişmə qanunauyğunluqlarını aydın təsəvvür etməyə imkan verir.

d. Təcrübənin əhatə dairəsini planlaşdırarkən dəyişkənlik əmsalından istifadə olunması etibarlı statistik nəticələrin əldə olunmasına imkan verir.

5. VARİASİYA CƏRGƏLƏRİNİN TİPLƏRİ VƏ ONLARIN QRAFİK TƏSVİRİ

5.1.Variasiya cərgələrinin empirik və nəzəri paylanması

Variasiya cərgələri əlamətin göstəricisinə dair əldə olunmuş nümunələrin dəyişilmə xüsusiyyətlərinə görə siniflərdə (qruplarda) qruplaşdırmağa və bir sıra statistik qiymətləri hesablamağa imkan verir. Təsadüfi seçilmiş nümunələr əsasında əlamətin göstəricisinin dəyişkənliyini müəyyən etmək üçün variasiya cərgələrinin necə tərtib olunması haqqında artıq yuxarıda ətraflı məlumat verilmişdir. Əlamətin göstəricisini müəyyən etmək üçün istifadə olunan nümunələr məhdud və ya çoxsaylı ola bilər, buna baxmayaraq statistik hesablamalar, təhlillər elə üsullarla aparılmalıdır ki, onlar əsasında əldə olunan rəqəmlər və nəticələr bütün nümunələrin xüsusiyyətlərini özündə əks etdirə bilsin.

Nümunələrin variasiya cərgələri üzrə müxtəlif cür paylandığını nəzərə alıb, onları şərti olaraq iki qrupa – empirik və nəzəri bölürlər.

Empirik variasiya cərgələri əlamətin göstəricisinə dair əldə edilmiş konkret nümunələr əsasında tərtib olunur. Bu nümunələrin sayı az və ya çox ola bilər, lakin sonsuz sayda ola bilməz. Əlamətin göstəricisinə dair nümunələrin ayrı-ayrı variasiya cərgələri üzrə paylanması p, onların rastgəlmə tezliyi isə p' ilə ifadə edilir. Əldə olunmuş bütün nümunələri vahid kimi qəbul etsək, onda ayrı-ayrı variasiya cərgələri üzrə paylanmış nümunələr onun hissələri olacaqdır. Deməli, bütün variasiya cərgələri üzrə tezliklərin cəmi vahidə bərabər olacaqdır. Variasiya cərgələrinin tezliyinin qiyməti, yəni hər variasiya cərgəsinə düşən nümunələrin sayını götürülmüş bütün nümunələrin sayına bölməklə hesablamaq olar:

$$p' = \frac{p}{n}$$

Burada:
p' – variasiya cərgələrinin tezliyi;
p – hər variasiya cərgələrindəki nümunələrin sayı;
n – bütün nümunələrin sayıdır.

Yuxarıda Xəzər külməsinin Mingəçevir populyasiyasının standart uzunluğuna dair qurduğumuz variasiya cərgələri üzrə nümunələrin paylanması aşağıdakı kimi olmuşdur (n = 30):

Variasiya cərgəsinin sərhəddi	Variasiya cərgəsində olan nümunələrin sayı (p)
18,9-20,2	3
20,3-21,6	3
21,7-23,0	6
23,1-24,4	**10**
24,5-25,8	4
25,9-27,2	3
27,3-28,6	1

Burada hər bir variasiya cərgəsinə düşən nümunələrin sayı – 3; 3; 6; 10; 4; 3; 1; tezliyi isə 0,1; 0,1; 0,2; 0,33; 0,13; 0,1; 0,03 olacaqdır. Elə variasiya cərgələri ola bilər ki, onların tezliyi sıfıra bərabər olsun. Məsələn, yuxarıda Xəzər külməsinin Şəmkir populyasiyasının standart uzunluğuna dair qurduğumuz variasiya cərgələri üzrə nümunələrin paylanması belə idi (n = 30):

Variasiya cərgəsinin sərhəddi	Variasiya cərgəsində olan nümunələrin sayı (p)
19,1-20,4	2
20,5-21,8	4
21,9-23,2	5
23,3-24,6	14
24,7-26,0	2
26,1-27,4	0
27,5-28,8	3

Burada variasiya cərgələrinin tezliyi aşağıdakı kimi olacaqdır: 0,07; 0,13; 0,17; 0,47; 0,07; 0; 0,1.

Nəzəri variasiya cərgələrində dəyişən əlamətin göstəricisinə dair nümunələrin sayı sonsuz sayda ($n \to \infty$ olduqda) olur və bu cərgələrə əsasən nümunələrin paylanma qanunauyğunluqları aşkara çıxarılır. Yəni nəzəri variasiya cərgələri sonsuz sayda olan nümunələrin empirik sıralardakı (təcrübəyə əsasən xəyali qurulan sıralar) tərəddüdlərini göstərir.

Nəzəri variasiya cərgələrində orta arifmetik rəqəmdən müəyyən qədər kənara çıxan (uzaqlaşan) nümunələrin olması tezliklə deyil, ehtimalla (P) ifadə edilir. Kənara çıxan nümunələrin (müşahidələrin) sayı artdıqca tezlik ehtimala yaxınlaşır. Ona görə də ehtimalın qiyməti (böyüklüyü və ya kiçikliyi) orta arifmetrik rəqəmdən kənarlaşmaların rastgəlmə sayından (miqdarından) asılıdır. Məsələn, populyasiyada mutantların meydana çıxma ehtimalı ehtimal kimi ifadə edilir. Erkək və ya dişi fərdlərin doğulması da müəyyən bir ehtimala malikdir.

Ehtimalın qiyməti 0-la 1 arasında dəyişir. Əgər hadisənin baş vermə ehtimalı 0-dırsa, onun həyata keçirilməsi baş verməyəcək, yox əgər ehtimalın qiyməti 1-dirsə, onda bu hadisə mütləq baş verəcəkdir. Etimalin qiymətinin 0,5-dən çox olduğu hallarda onun həyata keçməsi daha çox, 0,5-dən azdırsa daha az ehtimal olunur. İki əks faktın ehtimallarının cəmi birə bərabərdir. Yəni, hadisənin baş vermə ehtimalı 0,75-dirsə, onun baş verməmə ehtimalı 0,25-dir.

Məsələn, balığın tökdüyü 25000 kürüdən 16000 dişi körpə çıxacağı ehtimal olunursa, onda ehtimal $P = \frac{16000}{25000} = 0{,}64$ olacaqdır. Ehtimalın əksi, yəni erkək körpələrin çıxma ehtimalı isə $1 - P = 0{,}36$-dır.

5.2. Diskret və intervallı variasiya cərgələri

Əlamətin göstəricisinə dair nümunələrin variasiya cərgələrinə uyğun olaraq müvafiq tezliklərə və ya nümunələrin sayına (hər bir variasiya cərgəsinə düşən nümunələrin sayı) uyğun paylanması (artan və ya azalan qaydada) diskret variasiya cərgələri adlanır. Tədqiq olunan əlamətə dair müxtəlif nümunələrin göstəriciləri bir-birindən müəyyən sonlu qiymətlə fərqləndiyi hallarda belə variasiya cərgələri qurulur. Diskret variasiya cərgələrində əlamətin nöqtə qiymətləri, yəni əlamətin ən yuxarı və ən aşağı nöqtələrinin qiymətləri müəyyən olunur. Belə variasiya cərgələrini qrafik olaraq tezliklərin və ya rəqəmlərin paylanması poliqonundan (göstəricilərin absis və ordinat oxları arasında paylanması) istifadə etməklə təqdim etmək olar.

Variasiya cərgələrinin hər birinə düşən nümunələrin sayına və ya onların tezliklərinə müvafiq olaraq nümunələrin rastgəlmə intensivliyi intervallı variasiya cərgələri adlanır. Tədqiq olunan əlamətin göstəricilərinin bir-birindən çox az fərqləndiyi hallarda belə variasiya cərgələri yaradılır. Onlarda əlamətin hər bir variasiya cərgəsi üzrə yuxarı və aşağı sərhədlərinin intervalı müəyyən edilir. Yuxarı və aşağı sərhədlər arasındakı fərq interval və ya variasiya diapazonu adlanır. İntervallı variasiya cərgələri qrafiki olaraq histoqramdan istifadə etməklə tərtib edilir.

Dəyişən əlamətin göstəricilərini əks etdirən nümunələrin variasiya cərgələri üzrə paylanması tezliyi bir neçə formada ifadə oluna bilir. Onların hər birinin də özünəməxsüs xüsusiyyətləri və qanunauyğunluqları vardır. Nümunələrin variasiya cərgələri üzrə paylanması tezliyinin əsas formaları aşağıdakılardır:

- Normal;
- Binominal;
- Assimmetrik;
- Eksçessiv (qütüblü);

- Transqressiv;
- Pyasson.

5.3. Variasiya cərgələrinin nümayiş etdirilməsi texnikası

Çoxlu sayda nümunələr əsasında tərtib edilmiş variasiya cərgələri qrafik və ya diaqram şəklində təsvir edilə bilər. Onları qurarkən aşağıdakı tələblərə əməl edilməlidir:

- Qrafikdəki məlumatlar soldan sağa və ya aşağıdan yuxarıya doğru yerləşdirilməlidir;
- Qrafikdəki şkalalar ölçü göstəriciləri ilə təmin edilməlidir;
- Qrafik olaraq təsvir edilən göstəricilər qrafikin özündə və ya ona əlavə edilmiş cədvəldə rəqəmlərlə verilməlidir;
- Qrafikdə verilmiş həndəsi işarələr, formalar, rənglər, kölgələr və s. izah edilməlidir;
- Hər bir qrafikdə verilmiş məlumatlar onun məzmununu qısa, aydın və dəqiq şəkildə əks etdirməlidir.

Siniflərə bölünmüş variasiya cərgələrinin qrafik təsviri histoqram adlanır. Bu statistik məlumatların sutunvarı diaqram formasında təqdim edilməsi üsullarından biridir. Belə diaqramlar əlamətin göstəricilərinə dair məlumatların paylanma qanunauyğunluqlarını əyani şəkildə təsvir etməyə, onları qiymətləndirməyə imkan verir.

Histoqram koordinat oxları üzərində qurulur: absis (x) oxunda dəyişən əlamətin göstəriciləri (siniflərinin qiymətləri), ordinat (y) oxunda isə nümunələrin tezlik göstəriciləri və ya onların nümunələrin ümumi sayına faizlə nisbətləri qeyd olunur. Ordinat oxu üzərində olan hər bir göstəriciyə malik nöqtədən absis oxuna paralel xətt çəkilir. Həmin xəttlər əlamətin göstəricisinə dair əldə olunmuş rəqəmlər əsasında nöqtələrin müəyyən edilməsinə imkan verir. Kordinat oxları üzərində əlamətin göstəricilərinə uyğun nöqtələr müəyyən edilir. Həm absis, həm də ordinat oxu üzərindəki göstəricilər bir-birindən müəyyən intervalla fərqlənir. Məsələn, absis oxunda 2, 4, 6, 8, 10 və s., ordinat oxunda isə 100, 150, 200, 250, 300 və s. Bu misala görə absis oxu üzərindəki göstəricilər arasındakı fərq (interval) 2, ordinat oxu üzərindəkilərdə isə 50-dür. Tutaq ki, öyrəndiyimiz əlamətin absis oxu üzərindəki göstəricisinin birincisi 2-yə, ikincisi 4-ə, üçüncüsü 6-ya, dördüncüsü isə 8-ə uyğun gəlir. Ordinat oxu üzərindəki göstəricilər isə müvafiq olaraq 100, 150, 200, 250-dir. Absis oxu üzərindəki 2 nöqtəsinə uyğun gələn nöqtədən qaldırılmış perpendikulyarla ordinat oxundakı 100 nöqtəsindən absis oxuna çəkilmiş paralel xəttin kəsişmə nöqtəsi mərkəzi istinad nöqtəsi olur. Bu nöqtənin aşağı sərhəddi (min) absis oxundakı 2 nöqtəsindən soldakı nöqtənin (0 nöqtəsi) ortasına qədər (1 nöqtəsi), yuxarı sərhəddi (max) isə absis oxundakı 2 nöqtəsindən sağdakı nöqtənin (4 nöqtəsi) ortasına qədər (3 nöqtəsi) olan məsafədir. Deməli absis oxu üzərindəki 1 və 3 nöqtələrinə uyğun ordinat oxu üzərində olan nöqtələrlə kəsişmə nöqtələri variasiya cərgəsinin sərhəddləridir. Bu nöqtələrin düz xətt vasitəsilə bir-biri ilə birləşdirilməsi birinci variasiya cərgəsinin sahəsini (əhatə dairəsini) göstərəcək. Digər variasiya cərgələri də bu qaydada müəyyən edildikdən sonra alınan xəttlər bir-biri ilə birləşdirilir və alınan fiqur (əyri, ziq-zaq və s.) histoqramın variasiya əyrisi adlanır.

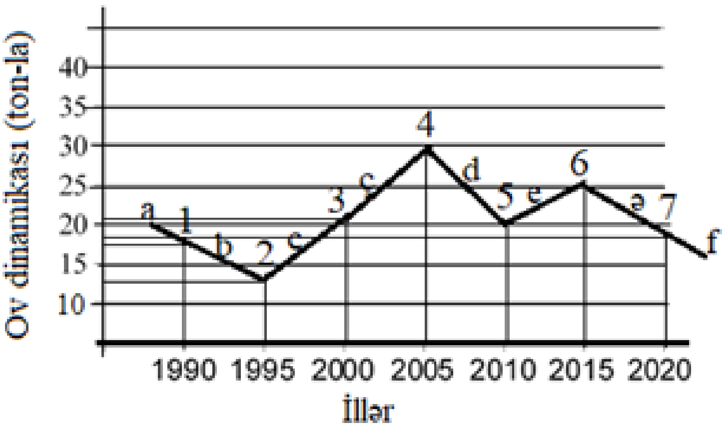
Biometrik hesablamaların nəticələri əsasında qurulan diaqramları bir sıra qruplara bölmək olar. Onların bəziləri haqqında aşağıda məlumat verilmişdir.

a. Xətti və ya qrafik;
b. Müstəvi;
c. Həcmli;
d. Səthi (müəyyən səthə malik) və s.

a. Xətti və ya qrafik diaqramlar. Xətti diaqramlardan müxtəlif amillər arasında olan əlaqələrin və zamandan asılı olaraq bu amillərdə baş verən dəyişikliklərin xüsusiyyətlərinin öyrənilməsi zamanı istifadə olunur. Onlar düzbucaqlı koordinat sistemində qurulur: üfüqi (absis – *x* oxu) və şaquli (ordinat – *y* oxu). Əlamətin bu oxlar üzərinə təsadüf edən göstəricilərinin kəsişdiyi nöqtələrə mərkəzi istinad nöqtəsi deyilir.

Absis oxunda zaman və ya digər amilin işarələri qeyd edilir, sonra əlamətin zaman və ya digər amilə uyğun gələn göstəriciləri ordinat oxu üzərində müəyyənləşdirilir. Absis oxu üzərində qeyd olunmuş nöqtədən ordinat oxuna, ordinat oxu üzərində qeyd edilmiş nöqtədən isə absis oxuna paralel xətt çəkilir. Absis və ordinat oxlarına paralel çəkilmiş xətlərin kəsişmə nöqtəsi axtarılan nöqtə olur.

Misal göstərək. 1990-2020-ci illərdə Azərbaycanın su hövzələrində külmənin ov dinamikası şərti olaraq şəkil 5.1-də verilmişdir.



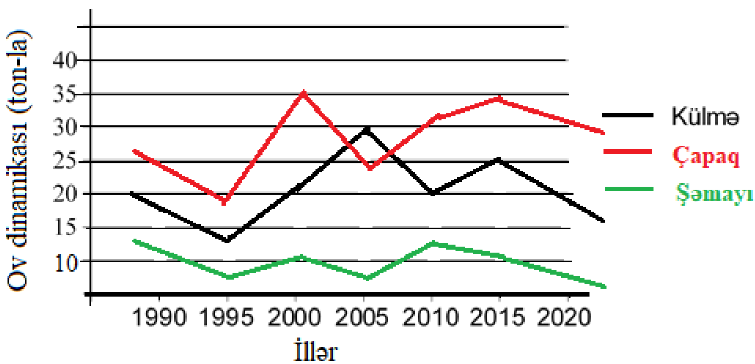
Şəkil 5.1. 1990-2020-ci illərdə Azərbaycanın su hövzələrində külmə ovu dinamikasının xətti diaqram formasında təsviri.

Şəkildə absis oxundakı rəqəmlər illəri, ordinat oxundakı rəqəmlər isə ov dinamikasını göstərir. Qrafikdəki hər 5 il bir variasiya cərgəsini ifadə edir, yəni variasiya cərgələri arasındakı interval 5 ildir. Ordinat oxu üzərində isə ovlanan balıqların kütləsini müəyyən etmək üçün göstəricilər (tonla) göstərilmişdir ki, onlar arasındakı fərq də 5 tondur. Tutaq ki, bizdəki məlumata görə Azərbaycanda 1990-cı ildə 18 ton, 1995-ci ildə 13 ton, 2000-ci ildə 20,2 ton, 2005-ci ildə 30 ton, 2010-cu ildə 20 ton, 2015-ci ildə 25,1 ton, 2020-ci ildə isə 18,5 ton külmə balığı ovlanmışdır. Biz əvvəlcə qrafikdə bu göstəricilərə uyğun olaraq mərkəzi istinad nöqtələrini qeyd dirik. Onlar şəkildəki 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 nöqtələridir. Mərkəzi istinad nöqtələrini bir-biri ilə düz xətt vasitəsilə birləşdirsək 1 nöqtəsindən 7 nöqtəsinədək olan diaqramı (ziq-zaqlı əyrini) almış olacağıq. Qrafikdə illəri göstərən hər bir rəqəm (məsələn, 1990, 1995 və s.) bir variasiya cərgəsini ifadə edir. Hər bir variasiya cərgəsinin sərhədləri (əhatə etdiyi hissə) onun mərkəzi istinad nöqtəsindən solda və sağdakı nöqtələrdir. Mərkəzi istinad nöqtəsindən soldakı və sağdakı nöqtələr ondan bərabər uzaqlıqda yerləşir. Onları tapmaq üçün ordinat oxu üzərindəki iki nöqtənin fərqini tapmaq lazımdır. Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi bu fərq 5 ildir. Deməli ikinci variasiya cərgəsinə aid olan illər 1993, 1994, 1995, 1996 və 1997 olacaqdır. Biz 1, 2, 3 və digər nöqtələri bir-biri ilə düz xəttlə birləşdirdikdə aldığımız diaqrama əsasən ikinci variasiya cərgəsinin əhatə etdiyi illərin b və c arasında yerləşdiyini müəyyən edə bilərik. Əyriyə əsasən ikinci variasiya cərgəsinin mərkəzi istinad nöqtəsindən solda yerləşən nöqtəsi b, sağda yerləşən nöqtəsi isə c-dir. Onların qiymətləri isə, uyğun olaraq 16 və 17 tondur. Bizdə olan məlumata görə ikinci variasiya cərgəsinin mərkəzi istinad nöqtəsinin göstəricisi 13 tondur. Onda bu variasiya cərgəsinin aşağı sərhəddi mərkəzi istinad nöqtəsinə düşəcəkdir.

Beləliklə, şəkil 5.1-dəki qrafikə baxdıqda aydın olur ki, Azərbaycanda külmə balığının ovu 1993-cü ildə 16 ton olmuş, bu göstərici 1995-ci ilə qədər azalaraq 13 tona enmiş, sonrakı iki ildə artaraq 1997-ci ildə 17 tona çatmışdır.

Digər variasiya cərgələri üzrə məlumatlar da bu qayda ilə əldə olunacaqdır. 1 və 2 saylı mərkəzi istinad nöqtələrini birləşdirən xətti uzatmaqla birinci variasiya cərgəsinin mərkəzi istinad nöqtəsindən soldakı a nöqtəsini tapırıq. Bu qayda ilə sonuncu variasiya cərgəsinin mərkəzi istinad nöqtəsindən sağdakı f nöqtəsi də müəyyən olunur.

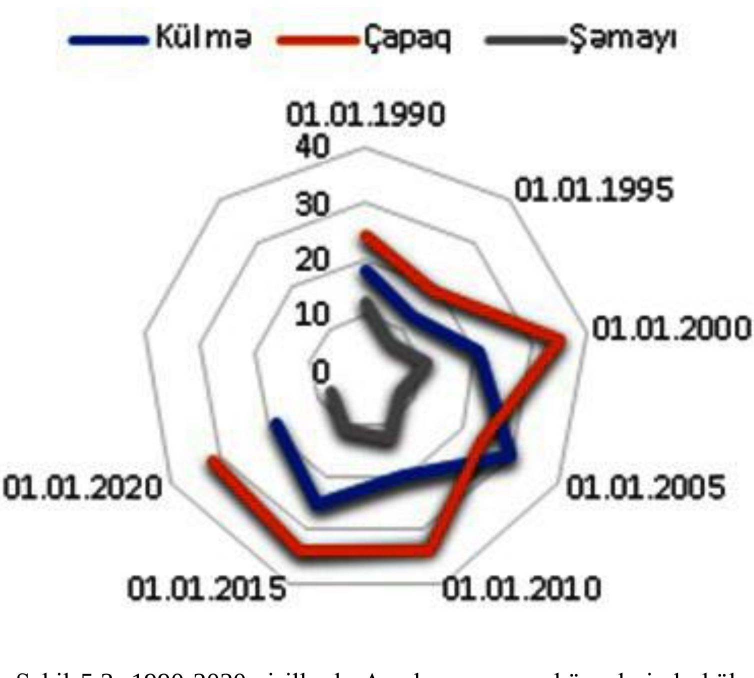
Bir qrafik üzərində eyni vaxtda bir neçə diaqram qurmaq olar ki, bu da onları vizual olaraq müqayisə, təhlil etməyə imkan verər. Tutaq ki, bizə yuxarıda külmə üçün qeyd etdiyimiz ov dinamikası ilə yanaşı çapaq və şəmayı balıqlarının da ov dinamikası məlumdur və onlar aşağıdakı kimidir: çapaq ovu – 1990-cı ildə 24,5 ton, 1995-ci ildə 19 ton, 2000-ci ildə 35 ton, 2005-ci ildə 24 ton, 2010-cu ildə 33 ton, 2015-ci ildə 34 ton, 2020-ci ildə isə 31,4 ton; şəmayı ovu – 1990-cı ildə 12,5 ton, 1995-ci ildə 7 ton, 2000-ci ildə 11 ton, 2005-ci ildə 7 ton, 2010-cu ildə 12,5 ton, 2015-ci ildə 10,8 ton, 2020-ci ildə isə 7 ton olmuşdur. Onda bizim qrafik şəkil 5.2-dəki kimi olacaqdır.



Şəkil 5.2. 1990-2020-ci illərdə Azərbaycanın su hövzələrində külmə, çapaq və şəmayı balıqlarının ov dinamikasının xətti diaqram formasında təsviri.

Lakin bir qrafik üzərində 4-dən artıq diaqramın qurulması məsləhət deyil, çünki belə olan halda qrafikdə verilmiş məlumatları analiz etmək, onları başa düşmək çətinləşir.

Xətti diaqramlar həlqəvi və ya radial (mərkəzdən bərabər uzaqlıqda olmaqla) formada təsvir edilə bilər. Belə diaqramlar adətən qapalı dövriyəli göstəriciləri və ya qiymətləri təsvir etmək üçün istifadə olunur. Həlqəvi diaqramlarda halqaların sayı variasiya cərgələrinin sayına uyğun olur. Belə diaqramlarda halqalar arasındakı məsafə variasiya cərgəsinin intervalını göstərir. Yuxarıda külmə, çapaq və şəmayı balıqlarının ovuna dair məlumatları həlqəvi diaqramda versək, onda qrafikimiz şəkil 5.3-dəki kimi olacaqdır.



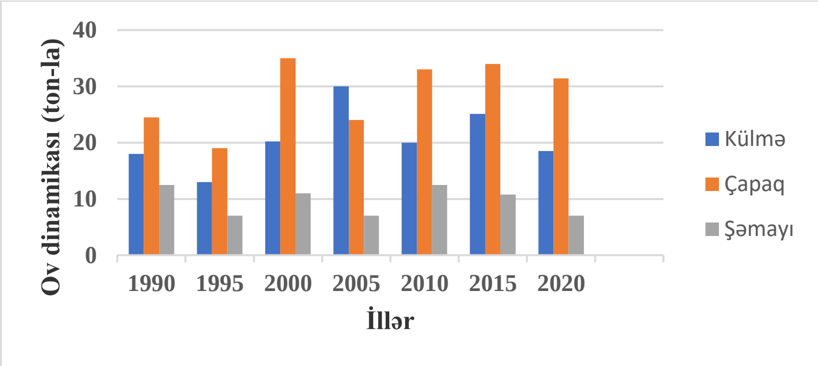
Şəkil 5.3. 1990-2020-ci illərdə Azərbaycanın su hövzələrində külmə, çapaq və şəmayı balıqlarının ov dinamikasının həlqəvi diaqram formasında təsviri.

Həlqəvi və ya radial diaqramlar aşağıdakı üç qrupa bölünür:

- Sutunvari;
- Sektorlu və ya dairəvi;
- Daxilisutunvari.

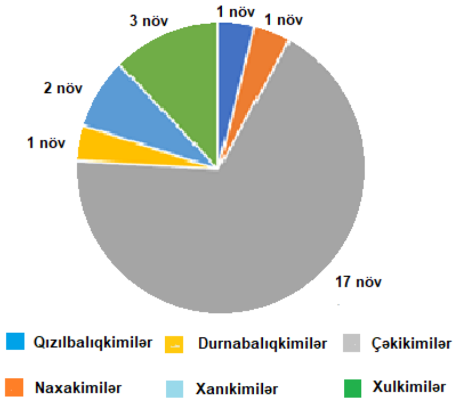
Sutunvari diaqramlar dinamik əyrilərin qurulduğu prinsip əsasında qurulur. Onlar düzbücaqlı sutunlar (stolbalar) formasında olur. Sutunları bir-birindən fərqləndirmək üçün onların daxilinə müxtəlif formalı (üfüqi, şaquli, dioqnallı və s.) ştrixlər və ya rənglər çəkilə bilir. Sutunvari diaqramlardan əlamətin göstəricisinin zamandan asılı olaraq dəyişildiyi hallarda istifadə etmək əlverişlidir. Məsələn, hər sutunda əlamətin müəyyən bir zaman kəsiyindəki qiyməti qeyd olunur. Hər bir sətir tədqiq olunan statistik seriyanın ayrıca səviyyəsinin dəyərini təsvir edir. Əlamətin göstəriciləri sutunvari diaqramlarla əks olunan zaman istifadə olunan sutunları bir-birindən eyni məsafədə və ya bir-birinə yaxın yerləşdirmək olar. Yaxud sutunları bir-birindən fərqləndirmək üçün onların üzərində müəyyən işarələr qoyula bilər.

Sutunvari diaqramları qurarkən sutunlar əsasən absis oxunda yerləşdirilir və adətən burada zaman, ordinat oxunda isə əlamətin göstəricisi qeyd olunur. Məsələn, bizim yuxarıdakı məlumatlara uyğun olaraq külmə, çapaq və şəmayı balıqlarının ov dinamikasını şəkil 5.4-dəki sutunvarı diaqramda vermək olar.

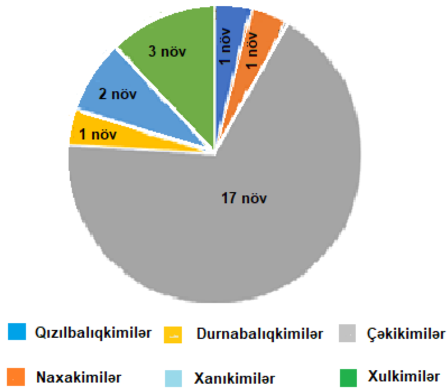


Şəkil 5.4. 1990-2020-ci illərdə Azərbaycanın su hövzələrində külmə, çapaq və şəmayı balıqlarının ov dinamikasının sutunvarı diaqram formasında təsviri.

Sektorlu və ya dairəvi diaqramlar bütövlükdə götürülmüş bir dairənin ayrı-ayrı sektorlara bölünməsi kimidir. Belə diaqramlarda dəyişən əlamətin hər bir variasiya cərgəsinə uyğun olan göstəricisi dairənin müəyyən hissəsində əks olunur. Variasiya cərgələri arasındakı göstəricilərin aydın seçilməsi üçün onlar müxtəlif rənglərlə rənglənə, xəttlərlə bir-birindən fərqləndirilə və s. bilər. Sektorlu diaqramlarda bir neçə dəyişən əlamətin göstəricilərini vermək olmur. Lakin bu diaqramlardan istifadə etməklə eyni biotopda yaşayan müxtəlif qrupların, dəstələrin, fəsilələrin, cinslərin və s. növ tərkibi, onların biokütləsi və digər göstəriciləri haqqında məlumatları vermək mümkündür. Belə diaqramlarda göstəricilər sektorların üzərində və ya onların qarşısında verilir. Dairənin sektorlara bölünməsi dairənin mərkəzindən qaldırılmış perpendikulyardan başlayır. Göstəricilər ya rəqəmlə, ya da faizlə verilə bilər. Məsələn, tutaq ki, hər hansı su hövzəsində 25 növ balıq yaşayır, onlardan 1-i qızılbalıqkimilərə, 1-i durnabalıqkimilərə, 17-si çəkikimilərə, 1-i naxakimilərə, 2-si xanıkimilərə, 3-ü isə xulkimilərə aiddir. Bu məlumatları sektorlu diaqramda aşağıdakı kimi vermək olar (şəkil 5.5).

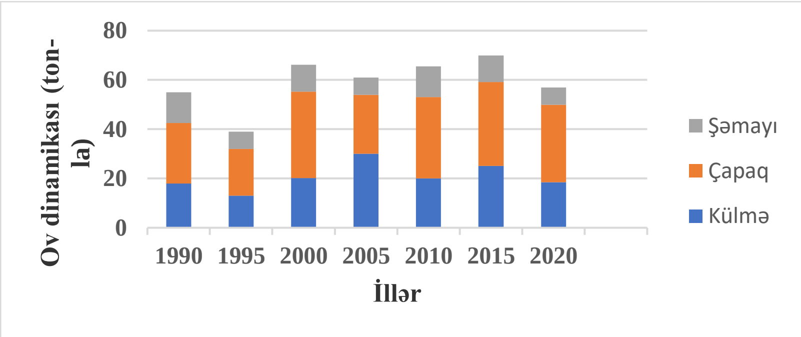


və ya

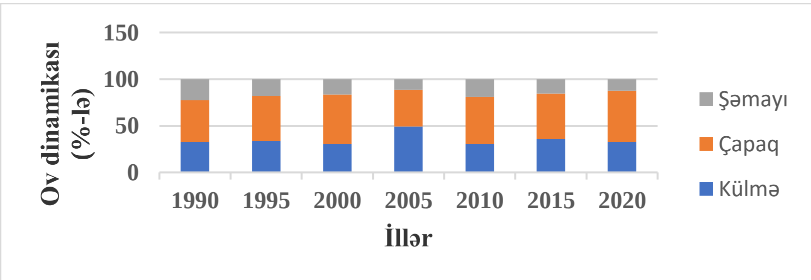


Şəkil 5.5. 1990-2020-ci illərdə Azərbaycanın su hövzələrində külmə, çapaq və şəmayı balıqlarının ov dinamikasının sektorlu diaqram formasında təsviri.

Daxili sutunvari diaqramlar sutunvari diaqramlara bənzəyir. Lakin onlarda bir sutunda iki, üç və ya daha çox əlamətin göstəriciləri verilə bilir. Əlamətlərin göstəricilərini bir-birindən fərqləndirmək üçün sutunlar bir neçə rənglə, ştrixlərlə və s. işarələnir. Daxili sutunvari diaqramlarda əlamətin göstəriciləri əldə olunmuş konkret rəqəmlərlə ifadə olunur. Bundan başqa daxili sutunvari diaqramlarda bir sutunu 100% kimi qəbul edərək, orada yerləşdiriləcək əlamətlərin faizi tapılır və həmin faizlər diaqramda əks edilir. Belə diaqramlardan bəzi amillərin və ya göstəricilərin strukturunu müqayisə etmək üçün istifadə olunur. Biz yuxarıdakı misala uyğun olaraq külmə, çapaq və şəmayının ov dinamikasını daxili sutunvarı diaqramda aşağıdakı kimi verə bilərik (şəkil 5.6).

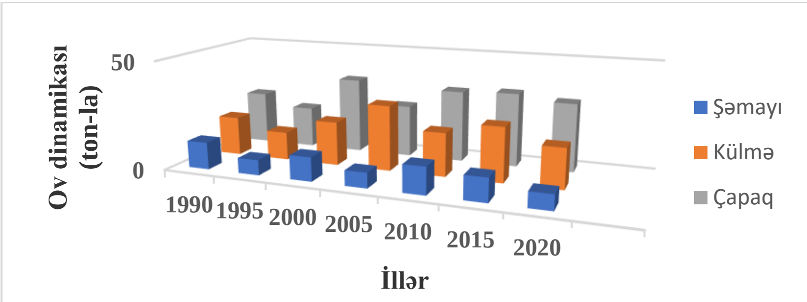


və ya



Şəkil 5.6. 1990-2020-ci illərdə Azərbaycanın su hövzələrində külmə, çapaq və şəmayı balıqlarının ov dinamikasının daxili sutunvari diaqram formasında təsviri

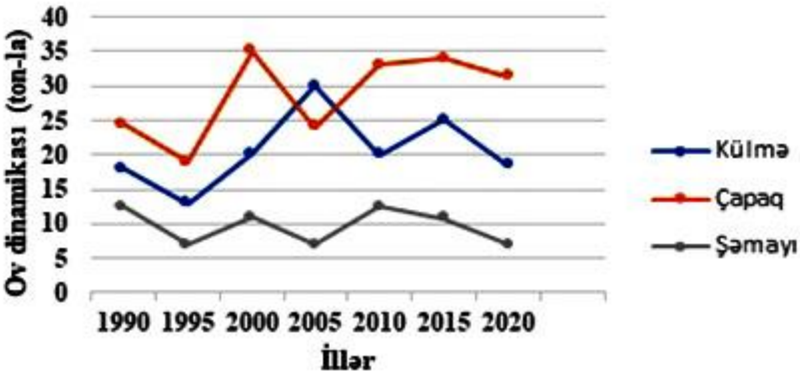
c. Həcmli diaqramlar. Həcmli diaqramların tərtib olunan zaman statistik məlumatlar üç ölçülü həndəsi fiqurları qurmaq üçün tələb olunan məlumatlar formasında təsvir olunur. Bizim misala uyğun olaraq həcmli diaqram aşağıdakı kimi qurmaq olar (şəkil 5.7).



Şəkil 5.7. 1990-2020-ci illərdə Azərbaycanın su hövzələrində külmə, çapaq və şəmayı balıqlarının ov dinamikasının həcmli diaqram formasında təsviri.

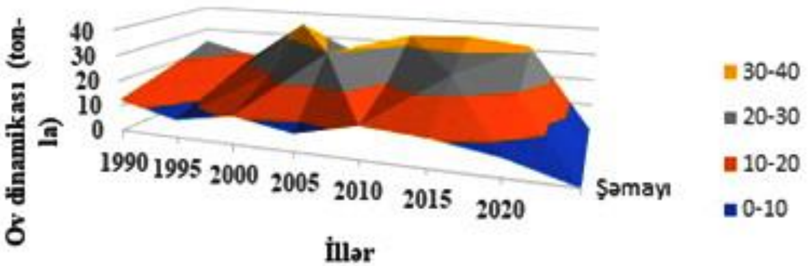
b. Müstəvi diaqramlar. Müstəvi diaqramlardan biri də çoxlu məlumatlar əsasında müxtəlif göstəricilər arasındakı əlaqələri və ya iki göstərici arasındakı asılılığı göstərən nöqtəli diaqramlardır. Həmin iki göstəricidən biri x, digəri isə y oxu üzərində qeyd olunur.

Müstəvi və xətti diaqramlər bir-birinə çox oxşayır. Bu oxşarlıq xüsusilə onların mərkəzi istinad nöqtələrini birləşdirən xətlərin eyni görünüşlü olmasında özünü daha çox göstərir. Lakin xətti diaqramlardan fərqli olaraq müstəvi diaqramlarda əlamətin variasiya cərgələri arasındakı göstəriciləri bir-birindən nöqtələrlə aydın fərqlənir (şəkil 5.8).



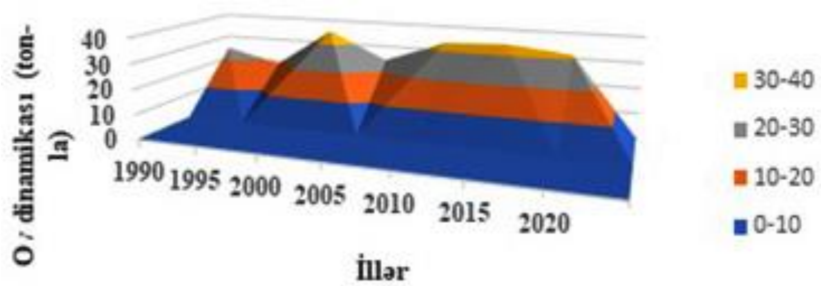
Şəkil 5.8. 1990-2020-ci illərdə Azərbaycanın su hövzələrində külmə, çapaq və şəmayı balıqlarının ov dinamikasının nöqtəli diaqram formasında təsviri.

c. Səthi diaqramlar. Digər diaqramlardan fərqli olaraq səthi diaqramlarda əks olunan rənglər dəyişən əlamətin göstəricilərini əks etdirir. Yəni, ordinat oxu üzərindəki göstəricilər arasındakı hər bir interval bir rəngdə olur. Ona görə də səthi diaqramlarda yaxşı olar ki, bir əlamətə dair məlumatlar verilsin. Birdən artıq əlamətin göstəriciləri eyni diaqramda verildikdə məlumatları analiz etmək çətin olur. Bizim misala uyğun olaraq üç növ balığın ov dinamikasına dair məlumatları səthi diaqram formasında versək şəkil 5.9-dakı diaqram alınacaq.



Şəkil 5.9. 1990-2020-ci illərdə Azərbaycanın su hövzələrində külmə, çapaq və şəmayı balıqlarının ov dinamikasının səthi diaqram formasında təsviri.

Göründüyü kimi bu şəkildəki məlumatları başa düşmək mümkün deyil. Lakin səthi diaqramda bir növ balığın, məsələn çapağın ov dinamikasını versək onda şəkil 5.10-dakı kimi diaqram alınacaq.



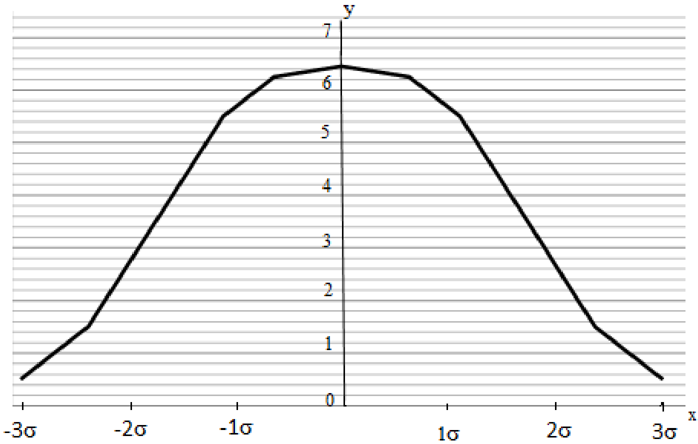
Şəkil 5.10. 1990-2020-ci illərdə Azərbaycanın su hövzələrində çapaq balığının ov dinamikasının səthi diaqram formasında təsviri.

Göründüyü kimi bu məlumatları aydın şəkildə başa düşmək mümkündür. Diaqramdakı hər bir təpə nöqtəsi həmin ilə uyğun olaraq ovlanan balıqların miqdarını göstərir.

5.4. Normal paylanma və onun xassələri

Bir çox hallarda bioloji obyektlərdə tezliklərin paylanması normal paylanma ilə xarakterizə olunur. Səhvlər nəzəriyyəsi və ən kiçik kvadratlar üsulu ilə bağlı tədqiqatlar aparan alman riyaziyyatçısı İohann Karl Fridrix Qauss (1777-1855) və fransız riyaziyyatçısı Pyer-Simon Laplas (1749-1827) ilk dəfə bu məsələlər haqqında öz əsərlərində məlumat vermişlər. Ona görə də normal paylanma Laplas-Qauss paylanması və ya sadəcə olaraq Qauss və ya Laplas paylanması adlanır.

Dəyişən əlamətin göstəricisini müəyyən etmək üçün istifadə olunan nümunələrin miqdarı sonsuz sayda çox olduqda, kənaraçıxmaların orta qiymətə təsiri azalır. Belə halda normal variasiya əyrisi tam simmetrik formada olur. Normal paylanmaya dair qrafik əyriyə misal şəkil 5.11-də verilmişdir.



Şəkil 5.11. Normal paylama əyrisinə misal.

Əlamətin göstəricilərinin normal paylanma əyrisi ilə xarakterizə olunmasının bir sıra qanunauyğunluqları vardır ki, onlar haqqında da aşağıda məlumat verilmişdir.

Normal paylanma əyrisində absis oxu (x oxu) dəyişən əlamətin göstəricilərinin (v) ədədi ortadan ($M_{ə.o.}$) kənaraçıxmalarının orta kvadaratik kənaraçıxmanın (σ) hissələri kimi ifadə olunmuş qiymətlərinin əks olunduğu əyrinin əsası kimi xidmət edir.

Dəyişən əlamətin ədədi ortaya ($M_{ə.o.}$) uyğun gələn qiyməti başlanğıc nöqtəsi (x_o) kimi götürülür. Ondan sağda v_{max}-a qədər ədədi ortadan böyük, solda isə v_{min}-ə qədər ədədi ortadan kiçik qiymətlər qeyd olunur. x_o nöqtəsi orta arifmetik rəqəmin moda və mediana bərabər olan variantına uyğun gəlir. v_{min}-dən v_{max}-a qədər dəyişən əlamətin göstəricilərinin tərəddüdü, yəni v-nin (hər bir nümunənin) ədədi ortadan kənaraçıxmaları -3σ ilə +3σ arasında dəyişir.

Ordinat oxu (y oxu) üzərində tezliklərin (p) qiymətləri qeyd olunur. Əgər dəyişən əlamətin qiymətlərini ifadə edən göstəricilərin sayı sonsuza qədər çoxdursa ($n \to \infty$), onda tezlik dəyərləri ehtimal dəyərlərinə (P) çevrilir.

Dəyişən əlamətin göstəricilərindən (v-nin göstəriciləri) alınan perpendikulyarların hündürlüyü normal əyrinin yan tərəflərinin hamarlılığının xarakterini müəyyən edəcəkdir.

$v = x_o = M_{ə.o.}$ variantına uyğun perpendikulyar və y_o ilə işarələnən maksimum ordinata uyğun gələn nöqtə normal əyrinin yuxarı hissəsini təşkil edir. Bu nöqtə ədədi ortaya, modaya və mediana uyğun gəlir. Onun qiyməti maksimum tezliyi və maksimum ehtimalı ifadə edir.

Əgər dəyişən əlamətin göstəricilərinin v_{max}-la v_{min} aralığındakı hər bir qiymətinin perpendikulyarlarının təpələrini birləşdirsək normal paylanma əyrisini göstərən xətt əmələ gələr. Normal əyri zınqrovun en kəsiyinin kənarlarının formasında olub, hamardır. Yəni, mərkəzi oxdan sağda və solda yerləşən hissələr bir-birinə simmetrikdir. Əgər əyrini ordinat oxu (y oxu) boyunca qatlasaq, onda sağ və sol hissələr üst-üstə düşəcək.

Əyrinin yan tərəflərinin əyrilik və ya maillilik dərəcəsi, o cümlədən də əyrinin hündürlüyü orta kvadratik kənaraçıxmanın (σ) qiymətindən asılıdır. Buna görə də müxtəlif variasiya əyrilərinin forması eyni olmur. Eyni sayda nümunələrdən istifadə olunan zaman σ-nın qiymətindən asılı olaraq normal əyrinin forması fərqli olacaq:

• σ-nın qiyməti nə qədər böyükdürsə, normal əyrinin əsası bir o qədər geniş, yuxarı hissəsi isə küt olacaq;

• σ-nın qiyməti azaldıqda normal əyrinin əsası daralır, əyrinin yuxarı hissəsi (hündürlüyü) isə itiləşir.

Normal əyridə dəyişən əlamətin göstəricilərini ifadə edən nümunələrin ümumi sayı vahid (1) və ya 100% kimi qəbul edilir. v_{min} və v_{max} nöqtələrindən ordinatlara qədər olan sahə (– 3σ və +3σ) ümumi ərazinin 99,7%-ni təşkil edir (0,3% mərkəzdə duran nümunənin, ordinat oxunun payına düşür). Yəni normal əyri ilə absis oxu arasındakı sahə dəyişən əlamətin göstəricilərini əks etdirən bütün nümunələri əhatə edir. y_o ordinatı (ədədi ortanın göstəricisi) ilə hər hansı digər ordinat (nümunənin göstəricisi) arasında olan sahə müəyyən qiymətə malikdir və onu xüsusi cədvəllərdən (Millisə görə tərtib olunmuş “Normal paylanma əyrisinin sahələri və ordinatları” cədvəlindən, cədvəl 5.1) istifadə etməklə tapmaq olar. Ona görə də, əgər dəyişən əlamətin göstəricisi, məsələn, ədədi ortadan +2σ-ya qədər kənarlaşırsa, onda “Normal paylanma əyrisinin sahələri və ordinatları” cədvəlindən istifadə etməklə normal variasiya cərgəsində olan nümunələrin sayını müəyyən edə bilərik.

Cədvəl 5.1

Millisə görə “Normal paylanma əyrisinin sahələri və ordinatları” cədvəlindən bir hissə

Normallaşdırılmış kənarlaşma	Normallaşdırılmış kənarlaşmanın ikinci φ (x) funksiyası		Normallaşdırılmış kənarlaşmanın f (x) birinci funksiyasının qiymətlərindəki y ordinatı Yəni ədədi orta ($M_{ə.o.}$) ilə x (1σ) arasına düşə biləcək nümunələrin (v) sayı
	y_0 və y ordinatları arasındakı sahə	y_0 və y ordinatları arasına düşən nümunələrin faizlə (%) miqdarı (sayı)	
0,0	0,00000	0	0,39894
0,1	0,03983	3,983	0,39695
0,2	0,07926	7,926	0,39104
0,3	0,11791	11,791	0,38139
0,4	0,15542	15,542	0,36827
0,5	0,19146	19,146	0,35207

Yuxarıda qeyd etdiklərimizi bir misal üzərində izah edək. Tutaq ki, 100 ədəd Xəzər külməsinin morfometrik göstəricilərini ölçmüşük və plastik əlamətlərdən biri olan bədənin ən kiçik hündürlüyünün göstəriciləri belədir: ədədi orta $M_{ə.o.} = 10,5$ və orta kvadratik kənarlaşma σ = 0,95-dir. Bizdən bədənin ən kiçik hündürlüyünün ədədi ortası ilə (10,5) göstəricisi 11,0 olan nümunə arasında olan nümunələrin sayının tapılması tələb olunur. Bunun üçün biz $x = \frac{v - M_{ə.o.}}{\sigma}$ düsturdan istifadə etməklə normallaşdırılmış kənarlaşmanı tapırıq. Bizim misalımıza görə v 11,0-ə,

$M_{ə.o.}$ isə 10,5-ə bərabərdir. Qiymətləri düsturda yerinə yazsaq, onda aşağıdakı qiyməti alarıq: $x = \frac{11,0-10,5}{0,95} = 0,53 \approx 0,5$. Yəni, Xəzər külməsinin bədəninin ən kiçik hündürlüyünün göstəricilərini normal əyriyə uyğun qrafik şəklində versək (şəkil 5.11), onda kordinat başlanğıcı ilə 1σ (+1σ) arasında olan nümunələrin normallaşdırılmış kənarlaşması 0,5 olacaqdır.

Normallaşdırılmış kənarlaşmanın bu qiymətini Millisin tərtib etdiyi "Normal paylanma əyrisinin sahələri və ordinatları" cədvəlinin birinci sütunundan tapırıq.

Cədvəl 5.1-in ikinci sütununda (y_0 və y ordinatları ilə məhdudlaşan sahənin göstəricisi), müvafiq sətirdə 0,5-ə uyğun rəqəmi müəyyən edirik – 0,19146. Normal paylanma əyrisinin bütün sahəsini vahid kimi qəbul etsək, onda axtardığımız sahə 0,19146 və ya 19,146% təşkil edəcəkdir. Deməli misalımızadakı 100 nümunənin təxminən 19%-i, yəni 19 ədədi ədədi orta (ordinat oxu) ilə 1σ arasına təsadüf edir.

Normal paylanma əyrisi onunla səciyyələnir ki, onun hər hansı ordinatı (y), yəni hər hansı aralığa düşən nümunələrin ədədi ortadan ($v-M_{ə.o.}$) kənarlaşmasına uyğun gələn tezliklərin qiyməti normal əyrinin tənliyi ilə müəyyən edilə bilər. Bu qiymət aşağıdakı düsturla müəyyən edilir:

$$y_v = \frac{n}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{v-M_{ə.o.}}{2\sigma^2}}$$

Burada:

y_v – dəyişən əlamətin ordinat oxunun hər hansı aralığına düşən nümunələrinin sayı;

$M_{ə.o.}$ – dəyişən əlamətin göstəricilərinin ədədi ortası;

n – nümunələrin ümumi sayı;

σ – orta kvadratik kənarlaşma;

e – natural loqarifmanınn əsasının qiyməti, həmişə 2,71828-ə bərabərdir;

π – sabit riyazi kəmiyyətdir, qiyməti 3,1416-dır;

v – dəyişən əlamətin qiyməti və ya ordinatı y_v.

Bu düsturu müəyyən qədər dəyişdirmək və sadələşdirmək olar ki, bu da qurduğumuz hər-hansı bir variasiya cərgələri üçün nəzəri tezlikləri tez tapmağa imkan verəcəkdir. Bunun üçün "e"-nin dərəcəsindəki ifadəni ($\frac{v - M_{ə.o.}}{\sigma}$) x-lə (normallaşdırılmış kənarlaşma) əvəz etsək, yəni $\frac{x}{2\sigma}$ alınar.

$\frac{n}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ ifadəsini aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$\frac{n}{\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$

Buradan da $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 3{,}1416}} = \frac{1}{\sqrt{6{,}2832}} = \frac{1}{2{,}51} = 0{,}3984$ alınar.

Yəni bu qiymət istənilən variasiya cərgəsi üçün eynidir.

Bu dəyişiklikləri 2 saylı düsturda nəzərə alsaq, onda həmin düstur aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$y_v = \frac{n}{\sigma} \cdot 0{,}3984 \cdot 2{,}71828^{-\frac{x^2}{2}}$$

X normallaşdırılmış kənarlaşmadır və onun qiyməti σ-dan asılı olduğundan, σ-nın müxtəlif qiymətlərini (0,1-dən 4-ə qədər) inteqralla – $\int$(t) hesablaya bilərik.

$$\int_{(t)} = 0{,}3984 \cdot 2{,}71828^{-\frac{x^2}{2}}$$

$\int_{(t)}$-nin qiyməti normallaşdırılmış kənarlaşmanın birinci funksiyasıdır.

$\int_{(t)}$ ifadəsinin qiymətini tapmaqla, müxtəlif normallaşdırılmış kənarlaşmalara malik variantların nəzəri tezliklərini hesablamaq asandır. Belə ki, nümunələrin ümumi sayının σ-ya olan nisbətini müəyyən etmək və alınan rəqəmi $\int_{(t)}$ inteqralının qiymətinə vurmaqla tapmaq olar.

Beləliklə, normal paylanma əyrisində dəyişən əlamətin ordinat oxunun hər hansı aralığına düşən nümunələrinin sayını (nəzəri tezliklərini) müəyyən etmək üçün 2 saylı düstur aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$y_v = \frac{n}{\sigma} \cdot \int_{(t)}$$

Normal paylanma əyrisinin qrafikində absis oxunda σ hissələrlə verildiyindən bu düsturda onu nəzərə almaq lazımdır. σ-nın hissələri arasındakı fərq variasiya cərgələri arasında fərqdən (λ) asılıdır. Əgər bunu nəzərə alsaq, onda son olaraq 2 saylı düstur aşağıdakı şəkildə olacaqdır:

$$y_v = \frac{n \cdot \lambda}{\sigma} \cdot \int (t)$$

5.5. Binominal paylanma və onun xüsusiyyətləri

Yuxarıda nəzərdən keçirdiyimiz normal paylanma dəyişən əlamətin kəmiyyət xüsusiyyətlərinə görə paylanmasını xarakterizə edir. Lakin bioloji obyektlərdə çox vaxt keyfiyyətcə alternativ əlamətlərə görə müqayisələr aparmaq lazım olur. Məsələn, cinsiyyətə görə (erkək və ya dişi), irsiyyət əlamətlərinin daşınmasına görə (dominant və ya resessiv), sağlamlıq durumuna görə (sağlam və ya xəstəliyə yoluxmuş) və s.

Alternativ əlamətlərə malik olan obyektlərin variasiya cərgələri öyrənilən zaman normal paylama əyrisinin görünüşü və normal paylanma qanunauyğunluqları fərqli forma alır. Buna binomial paylama deyilir. Binominal paylanma normal paylanmanın xüsusi halıdır. O, dəyişən əlamətin qiymətini göstərən nümunələrin paylanmasını əks etdirir və tam ədədlərlə ifadə olunan diskret əlamətlərin davranışını xarakterizə edir.

Binominal paylanmanın xüsusiyyətləri:

✓ Binom paylanma zamanı alternativ əlamətin yalnız iki vəziyyəti ola bilir: əlamət v+ mövcuddur və ya əlamət v- mövcüd deyil;

✓ Dəyişən əlamətin göstəricisini əks etdirən bütün nümunələr arasında rastgəlmə ehtimalı sabitdir və P ilə ifadə olunur. Alternativ əlamətin mövcüd olmadığı halda da bütün nümunələr arasında rastgəlmə ehtimalı sabitdir və Q = 1-P ilə ifadə edilir.

✓ Binomial paylanma dəyişən əlamətin göstəricisini əks etdirən nümunələrə uyğun alternativ v+ əlamətin siniflərə görə xüsusi qrupların paylanması ilə formalaşır.

✓ Binominal paylamada tezliklər (p) empirik (müəyyən məlumatın təcrübə yolu ilə əldə edilməsi) və nəzəri ola bilər. Nəzəri tezliklər Nyutonun binom parçalanmasından $(a+b)^2$ istifadə etməklə müəyyən edilir. Binom parçalanma əmsalları v+ alternativ əlamətin siniflərinə uyğun olaraq binominal variasiya cərgələrinin nəzəri tezliklərini təşkil edir. Bu o deməkdir ki, əmsallar nə qədər tez-tez (yəni 1, 2 ... n dəfə) v+ əlamətinin olmaması ilə və ya dəyişən əlamətin göstəricisini əks etdirən nümunələr arasında bu xüsusiyyətin olması ilə xüsusi qrupların olacağını göstərəcəkdir. Belə nəzəri tezlikləri əldə etmək üçün Nyuton binomu aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$(\mathrm{P}+\mathrm{Q})^{\mathrm{k}}$$

Burada:

P – alternativ əlamətin mövcüd olma ehtimalı v+;

Q – alternativ əlamətin mövcüd olmama ehtimalı v-;

k – xüsusi seçmə qruplarında nümunələrin sayı.

✓ Binominal cərgələr əlamətin göstəricilərinin bir-birindən fərqlənməsi (kəsilməsi) ilə xarakterizə olunur və ona görə də belə cərgələrin əyrisi qırıq-qırıq xətt formasında olur. Binominal əyrinin forması ehtimalın (P) qiymətindən və nümunələrin sayından (k) asılıdır. Əgər alternativ atributların ehtimalları bərabərdirsə (P=Q), yəni P=0,5 və Q=0,5, onda binominal cərgələr bir-birinə simmetrik olacaqdır. Əgər P və Q-nin qiymətləri fərqlidirsə, o zaman binominal cərgələr əyiləcək (asimmetrik) və ya bir-birindən fərqlənəcək. Lakin P və Q bərabər olmasa və k (xüsusi qruplarda nümunələrin sayı) artsa belə, binomial paylanmanın əyriliyi azalacaq və normal paylanmaya yaxınlaşacaqdır.

✓ Binominal paylanmaya görə ədədi ortanı ($M_{ə.o.}$) və orta kvadratik kənarlaşmanı (σ) tapmaq olar. Əgər alternativ əlamətin mövcüdluq v+ ehtimalı – P məlumdursa, onda ədədi orta və orta kvadratik kənarlaşma aşağıdakı düsturlarla tapıla bilər:

$$M_{ə.o.} = k \cdot P \text{ və } \sigma = \sqrt{k \cdot P \cdot Q}\,.$$

5.6. Puasson paylanması

Puasson paylanması çoxlu sayda təcrübələr nəticəsində nadir hadisələrin baş verdiyi, yəni hadisənin baş vermə ehtimalının çox az olduğu hallarda və dəyişən əlamət diskret tipli paylanmaya malik olduqda istifadə olunur. Bu paylanma yalnız tam qiymətlərlə, məsələn, 0, 1, 2, 3 və s. ifadə edilir.

Puasson paylanması müəyyən vaxtda baş vermiş hadisələrin sayını təmsil edən təsadüfi dəyişəni modelləşdirir, bir şərtlə ki, bu hadisələr müəyyən sabit orta intensivliklə və bir-birindən asılı olmayaraq, yəni alternativlərin ehtimalları qeyri-bərabər olduqda baş versin: $P \neq Q$. Bu baxımdan, Puasson paylanması aydın asimmetriyaya malik olur.

Puasson paylanması bir parametrə – mümkün nəticələrin müəyyən diapazonunda uğurlu sınaqların orta sayına malikdir və ρ simvolu ilə işarə olunur. Puasson təsadüfi dəyişəninin uğurlu sınaqlarının sayı 0-dan sonsuza qədər dəyişir. Puasson paylanması aşağıdakı düsturla ifadə olunur:

$$P(X) = \frac{e^{-\rho} \cdot \rho^{X}}{X!}$$

Burada:

P(X) – X uğurlu sınaqların ehtimalı;

ρ – gözlənilən uğurların sayı;

e – natural loqarifmin əsası = 2,71828;

X – vahid zaman müddətinə düşən uğurların sayı;

X! – vahid zaman müddətinə düşən uğurların faktorial sayı.

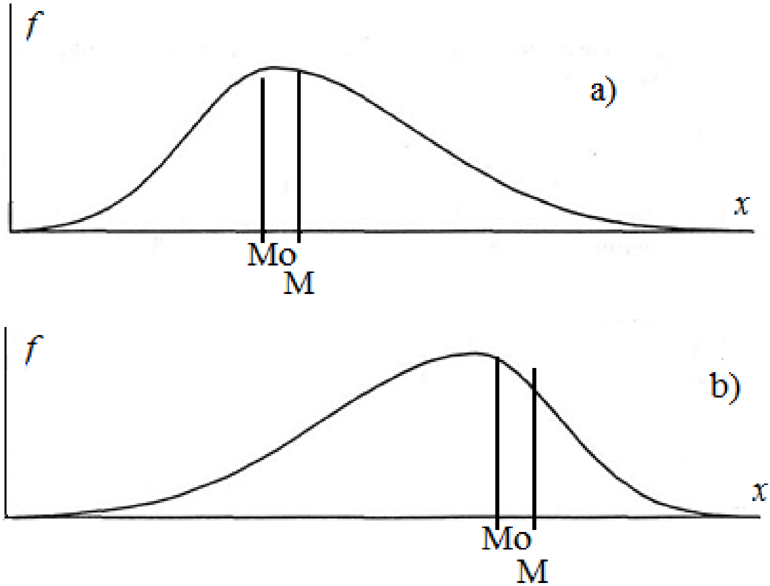
Puasson paylanmasını normal və binomial paylanmadan aydın şəkildə fərqləndirən xarakterik xüsusiyyəti ondan ibarətdir ki, belə variasiya sıralarının ədədi ortasının ($M_{ə.o.}$) qiyməti dispersiyanın qiyməti ilə (σ^2) üst-üstə düşür və ya ona çox yaxın olur. Ona görə də, hesablamalar zamanı ədədi orta və dispersiyanın qiymətləri bərabər olduğu hallarda Puasson paylanması əyrisindən istifadə olunur.

Biolodiyada, xüsusilə də genetik tədqiqatlar zamanı bir çox göstəricilərin təhlilində Puasson paylanmasından istifadə edilir. Məsələn, ömründə bir dəfə nəsl verən balıqlarda, əsasən də akvarium balıqlarında nəsilvermənin tezliyi, normal populyasiyalarda albinos fərdlərin müşahidə olunması, müxtəlif mutasiyaların, eybəcərliklərin müşahidə olunması və s.

5.7. Assimmetrik cərgələr

Normal, binominal və Puasson paylanmalardan əlavə, dəyişən əlamətin göstəriciləri emal edərkən müxtəlif formalı – asimmetrik paylanmalar da qeydə alınır. Bu cür paylanmalarda tezliklərin bir istiqamətdə digər istiqamətə nisbətən daha çox artması və ya azalması ilə xarakterizə oluna bilər. Belə hallarda ədədi orta sürüşərək (yerini dəyişərək) əyrinin təpə nöqtəsinə deyil, ondan sağ və ya sol tərəfə təsadüf edə bilər.

Asimmetrik cərgələr və onların əyriləri üçün ədədi orta, moda (Mo) və median (Me) normal əyrilərdə olduğu kimi üst-üstə düşmür. Əgər ədədi ortanın qiyməti modanın sağında yerləşirsə, onda belə asimmetriya müsbət və ya soltərəfli (solaxay), ədədi orta modanın solunda yerləşərsə onda belə asimetriya mənfi və ya sağtərəfli (sağaxay) adlanır (şəkil 5.12).



Şəkil 5.12. Asimetrik paylanma əyrisi: a) – soltərəfli (solaxay), müsbət asimetriya; b) – sağtərəfli (sağaxay), mənfi asimetriya.

Tezliyin paylanmasının ədədi ortanın sağ və ya sol tərəfinə sürüşməsi aşağıdakı hallara görə baş verə bilər:

- Nümunə səhv tərtib olunub. Onlar cərgənin sol və ya sağ tərəflərində qeyri-mütənasib paylanıb. Bunun səbəbi tədqiqatlar zamanı metodoloji səhvlərin olmasıdır. Belə nöqsanlara yol vermək olmaz.
- Tezliklərin yerdəyişməsi və modanın ədədi ortadan bu və ya digər istiqamətə sürüşməsi tədqiq olunan əlamətə dair göstəricilərin normal paylanmaması bəzi obyektiv amillərlə bağlıdır. Yəni, asimmetriyanın səbəbi metodoloji səhv deyil. Bu

dəyişən əlamətin göstəricilərini əks etdirən nümunələrin keyfiyyət göstəricilərindən asılıdır.

Asimmetriyanı çoxbucaqlı və ya paylanma histoqramının hansı növünə aid olduğunu vizual olaraq müəyyən etmək asandır. Paylanma mərkəzinə nisbətinə görə sol tərəfli asimmetriya ilə əyrinin uzun sol qolu, sağ tərəfli asimmetriya ilə isə onun sağ qolu müşahidə olunur.

Variasiya cərgələrinin asimmetriya dərəcəsi, yəni asimmetriya əmsalı – As aşağıdakı düsturla müəyyən edilir:

$$\mathrm{As} = \frac{\sum(v - M_{ə.o.})^3}{n \cdot \sigma^3}$$

Burada:

As – asimetriya əmsalı;

v – dəyişən əlamətin göstəricisi;

$M_{ə.o.}$ – dəyişən əlamətin orta göstəricisi;

n – nümunələrin ümumi sayı;

σ – orta kvadratik kənarlaşma.

Əgər As>0 olarsa, onda asimetriya müsbətdir.

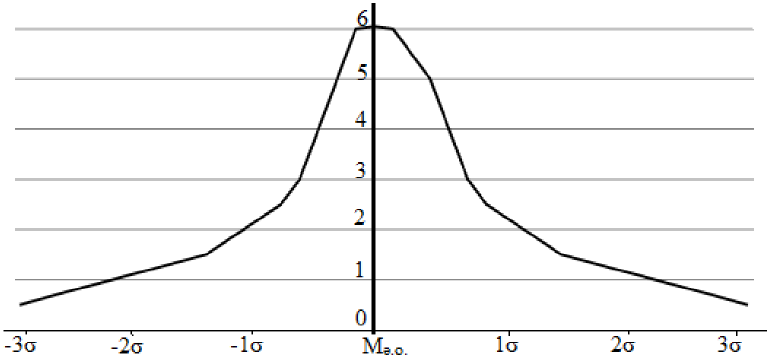
Əgər As<0 olarsa, onda asimetriya mənfidir.

Əgər As=0 olarsa, onda asimetriya normaldır.

Əgər As-ın qiyməti 0,25-lə 0,5 arasında dəyişirsə, onda bu asimmetriyada müəyyən qədər əyrilik (çəplik) olduğunu göstərir.

5.8. Eksçes (qütüblü) cərgələr

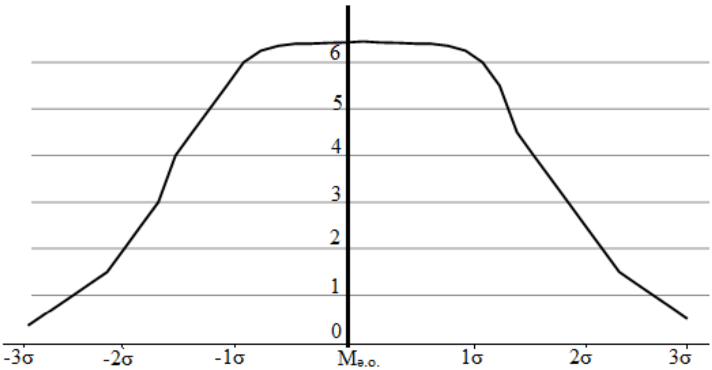
Əksər variasiya cərgələrində nümunələrin əksəriyyəti ədədi ortaya uyğun gələn variasiya cərgəsinə yaxın variasiya cərgələrinə (ədədi ortadan solda və sağda) düşür və nəticədə həmin variasiya cərgələrinin tezlikləri də yüksək olur. Belə variasiya cərgələrini əks etdirən paylanma əyrilərində yüksək və iti zirvəlik qeydə alınır. Belə əyrinin ümumi forması müsbət kurtoz (yüksək zirvəlilik, qütblülük) adlanır (şəkil 5.13).



Şəkil 5.13. Eksçes paylanma əyrisi.

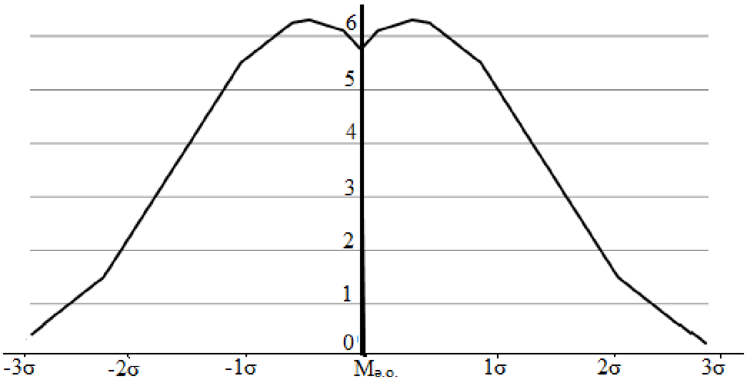
Eksçes əyrilərin əsas xüsusiyyəti ondan ibarətdir ki, dəyişən əlamətin göstəricilərini əks etdirən nümunələrin əksəriyyətinin, onların 95-98%-in 1σ ilə ədədi orta ($M_{ə.o.}$) arasında olmasıdır.

Əgər eksçes mənfidirsə, onda bu əyrinin təpə hissəsindəki yastı və ya iki zirvəli hissəsi əks tərəfə, müsbətə doğru sürüşəcəkdir (əyiləcəkdir) (şəkil 5.14).



Şəkil 5.14. Mənfi eksçes paylama zamanı əyrinin müsbətə doğru əyilməsi.

Yastı zirvəli əyrilərin zirvə hissəsinə təsadüf edən nümunələrin ən böyük və ən kiçik göstəricilərinə uyğun gələn təpə nöqtələri -3σ və +3σ sərhədləri arasında deyil, əyrinin mərkəzi hissəsinə (-1σ və +1σ) təsadüf edir. Bu əlamətin paylanma əyrisində zirvə hissəsinə təsadüf edən göstəricilərinin əyrinin qolları ilə müqayisədə çox az dəyişdiyini göstərir. Belə halda iki zirvəli əyri əmələ gəlir (şəkil 5.15).



Şəkil 5.15. Eksçes paylanma əyrisnin yastı zirvəli hissəsinin fərqliliyi və ya iki zirvəli əyri.

Nümunələr düzgün seçilmədikdə və ya obyektiv səbəblərdən, məsələn, variasiya cərgələrinin kənar cərgələrində nümunələrin az olması, ədədi orta, moda və mediana yaxın variasiya cərgələrində nümunələrin əksəriyyətinin toplanması zamanı eksçes paylanma əyrisi alınır.

Eksçes paylanma əyrisinin təpə hissəsinin ölçüsü onun əmsalını ifadə edir və aşağıdakı düsturla tapılır:

$$Ex = \frac{\sum(v - M_{ə.o.})^4}{n \cdot \sigma^4} - 3$$

Burada:

Ex – eksçes əmsalı;

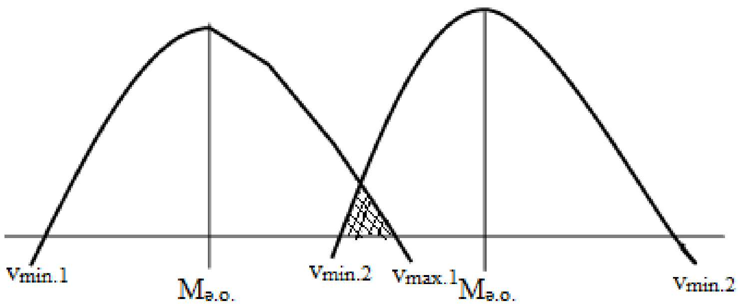
v – dəyişən əlamətin göstəricisi;

$M_{ə.o.}$ – dəyişən əlamətin ədədi ortası;
n – nümunələrin sayı;
σ – orta kvadratik kənarlaşma.

Dəyişən əlamətin göstəricilərini əks etdirən nümunələrin əksəriyyəti ədədi ortaya yaxın variasiya cərgələrinə təsadüf edirsə, onda eksçes əmsalı da artacaqdır. Məsələn, eksçes əmsalı 0,4-ə bərabərdirsə, bu o deməkdir ki, variasiya cərgələrinə təsadüf edən nümunələrin tezlikləri mərkəzdə daha yüksəkdir. Ex=0 olarduğu hallarda normal paylanma əyrisi alınacaqdır.

5.9. Transqressiv cərgələr və transqressiv əyrilər

Transqressiyadan iki və daha çox bioloji əlamətin göstəriciləri təhlil olunarkən istifadə edilir. Transqressiv cərgələr, eləcə də transqressiv əyrilər iki müxtəlif əlamətin hər birinin ədədi ortalarının bir-birindən fərqlənməsi və onların variasiya cərgələrinin kənar hissələrinin bir-biri ilə üst-üstə düşməsidir. Bu variasiya cərgələrindən birinin ən yüksək göstəriciləri digərinin ən kiçik göstəriciləri ilə üst-üstə düşür ki, həmin kəsişmə hissəsi də onlar üçün müştərəkdir (şəkil 5.16).



Şəkil 5.16. Transqressiv əyrinin ümumi görünüşü.

Transqressiv cərgələri öyrənərkən aşağıdakı məsələlərə diqqət yetirmək vacibdir:

- Transqresiyanın dərəcəsi müəyyən edilməlidir.
- Variasiya cərgələrinin ədədi ortaları arasındakı fərqin etibarlı olub olmadığı müəyyən edilməlidir. Əgər iki variasiya cərgəsinin ədədi ortası arasındakı fərq etibarlıdırsa, onda bu onlar arasında transqressiyanın mövcudluğunu sübut edir.
- Hər iki variasiya cərgəsinin kəsişən hissəsi və bu hissəyə düşən konkret nümunələr müəyyən edilməlidir.

Transqressiv cərgələr üçün birinci elementin qiymətini müəyyən edək. O, aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$T = \frac{n_1 \cdot p_1 + n_2 \cdot p_2}{n_1 + n_2}$$

Burada:

T – transqresiyanın göstəricisi;

n_1 və n_2 – hər bir variasiya cərgəsində olan nümunələrin ümumi sayı;

p_1 və p_2 – hər bir variasiya cərgəsinin $v_{min.2}$ və $v_{max.1}$ (ikinci variasiya cərgəsinin minimumu və birinci variasiya cərgəsinin maksimumu) arasındakı sahəyə düşən nümunələrinin sayı.

Transqresiya dərəcəsi böyük və ya kiçik ola bilər.

Transqressiya dərəcəsinin müəyyən olunması üçün yuxarıda qeyd etdiyimiz düsturda ($T = \frac{n_1 \cdot p_1 + n_2 \cdot p_2}{n_1 + n_2}$) iki variasiya cərgəsinin kəsişdiyi hissəyə düşən p_1 və p_2 tezliklərini tapmaq tələb olunur. Bunun üçün normallaşdırılmış kənarlaşmanın ikinci funksiyasından istifadə edilir.

Birinci variasiya cərgəsinin $v_{min.2}$ və $v_{max.1}$ arasındakı sahəyə düşən nümunələrinin sayı aşağıdakı düsturla tapılır:

$p_1 = 0{,}5 \pm \varphi(x_1)$, buradan da $x_1 = \frac{v_{min.2} - M_{ə.o.1}}{\sigma_1}$ olur.

Burada:

0,5 – birinci variasiya cərgəsinin bütöv normal əyrisinin yarısıdır (bütöv əyrinin bir hissəsi);

$\varphi(x_1)$ – birinci variasiya cərgəsinin normallaşdırılmış kənarlaşmasının ikinci funksiyasının qiyməti (Millisə görə "Normal paylanma əyrisinin sahələri və ordinatları" cədvəlində II sütun);

$v_{min.2}$ – ikinci variasiya cərgəsinin ən kiçik (minimum) variantının qiyməti, ikinci variasiya cərgəsinin ədədi ortasından $-3\sigma_2$-ni çıxmaqla tapılır ($v_{min.2} = M_{ə.o.2} - 3\sigma_2$);

$M_{ə.o.1}$ – birinci variasiya cərgəsinin ədədi ortası;

σ_1 – birinci variasiya cərgəsinin orta kvadratik kənarlaşması.

İkinci variasiya cərgəsinin $v_{min.2}$ və $v_{max.1}$ arasındakı sahəyə düşən nümunələrinin sayı da 9 saylı düsturdakı kimi tapılır, yalnız müvafiq nişanlar dəyişdirilir.

$p_2 = 0{,}5 \pm \varphi(x_2)$, buradan da $x_1 = \frac{v_{min.1} - M_{ə.o.2}}{2}$, $v_{min.1} = M_{ə.o.1} - 3\sigma_1$.

Bir misal üzərində transqresiyanın hesablanmasını izah edək. Tutaq ki, Xəzər dənizində və Mingəçevir su anbarında yaşayan Xəzər külməsinin 4 yaşlı dişi fərdlərinin kütlə göstəricilərinə dair tərtib olunmuş variasiya cərgələrinin transqresiya dərəcəsini tapmaq istəyirik.

Birinci variasiya cərgəsi: Xəzər dənizində; 152,3 q, 149,5 q, 216,1 q, 198,3 q, 229,1 q, 186,7 q, 192,4 q, 176,0 q, 173,5 q, 193,8 q, 238,7 q, 251,5 q, 165,4 q, 183,2 q, 208,9 q, 223,4 q, 245,3 q, 237,5 q, 241,5 q, 199,6 q, 205,3 q, 195,6 q, 197,3 q, 211,0 q, 228,2 q, 193,4 q, 205,7 q, 209,3 q, 201,6 q, 207,4 q.

İkinci variasiya cərgəsi: Mingəçevir su anbarında; 141,6 q, 139,7 q, 202,1 q, 181,2 q, 213,5 q, 154,5 q, 181,3 q, 154,1 q, 154,9 q, 178,7 q, 227,6 q, 237,4 q, 154,3 q, 175,3 q, 191,3 q, 211,2 q, 225,9 q, 222,1 q, 235,8 q, 186,2 q, 189,2 q, 181,2 q, 184,8 q, 204,5 q, 212,8 q, 186,1 q, 196,8 q, 201,5 q, 211,3 q.

Birinci və ikinci variasiya cərgələri üçün transqressiya əmsallarını hesablayırıq.

1. Hər bir variasiya cərgəsinin ən böyük və ən kiçik göstəricilərini müəyyən edək:

$$v_{min.1} = 149{,}5 \text{ q}$$
$$v_{max.1} = 251{,}5 \text{ q}$$
$$v_{min.2} = 139{,}7 \text{ q}$$
$$v_{max.2} = 237{,}4 \text{ q.}$$

2. Hər iki variasiya cərgəsi üçün ədədi orta və orta kvadratik kənarlaşmanı tapaq. Nümunələrin sayı n_1 = 30 və n_2 = 29 olduğundan $M = \frac{\sum v}{n}$ düsturundan istifadə edirik:

$$M_{ə.o.1} = \frac{\sum v_1}{n_1} = \frac{6117{,}5}{30} = 203{,}92 \text{ q}$$
$$M_{ə.o.2} = \frac{\sum v_2}{n_2} = \frac{5536{,}9}{29} = 190{,}93 \text{ q.}$$

Orta kvadratik kənarlaşmaları müəyyən etmək üçün hər bir variasiya cərgəsində olan nümunələrlə ədədi orta arasındakı fərqi tapırıq, nəticələri kvadrata yüksəldirik və onları cəmləyirik. Tapılan cəmi n-1-ə (nümunələrini sayından bir çıxdıqdan sonra alınan rəqəmə) bölüb, aldığımız rəqəmdən kvadrat kök alırıq. Deyilənlərin anlaşıqlı olması üçün onları cədvəl şəklində veririk (cədvəl 5.2).

Cədvəl 5.2

Xəzər külməsinin müxtəlif populyasiyalarının orta kvadratik kənarlaşmasını tapmaq üçün variasiya cərgələrinin hər birində olan nümunələrin ədədi ortadan fərqi və bu fərqlərin kvadratları

I variasiya cərgəsi – Xəzər dənizi			II variasiya cərgəsi – Mingəçevir su anbarı		
v	$(v_1 - M_{ə.o.\ 1})$	$(v_1 - M_{ə.o.\ 1})^2$	v	$(v_1 - M_{ə.o.\ 1})$	$(v_1 - M_{ə.o.\ 1})^2$
1	2	3	4	5	6
152,3	-51,62	2664,624	141,6	-49,33	2433,449
149,5	-54,42	2961,536	139,7	-51,23	2624,513
216,1	12,18	148,3524	202,1	11,17	124,7689
198,3	-5,62	31,5844	181,2	-9,73	94,6729
229,1	25,18	634,0324	213,5	22,57	509,4049
186,7	-17,22	296,5284	154,5	-36,43	1327,145
192,4	-11,52	132,7104	181,3	-9,63	92,7369
176,0	-27,92	779,5264	154,1	-36,83	1356,449
173,5	-30,42	925,3764	154,9	-36,03	1298,161
193,8	-10,12	102,4144	178,7	-12,23	149,5729
238,7	34,78	1209,648	227,6	36,67	1344,689
251,5	47,58	2263,856	237,4	46,47	2159,461
165,4	-38,52	1483,79	154,3	-36,63	1341,757
183,2	-20,72	429,3184	175,3	-15,63	244,2969
208,9	4,98	24,8004	191,3	0,37	0,1369
223,4	19,48	379,4704	211,2	20,27	410,8729
245,3	41,38	1712,304	225,9	34,97	1222,901
237,5	33,58	1127,616	222,1	31,17	971,5689
241,5	37,58	1412,256	235,8	44,87	2013,317
199,6	-4,32	18,6624	186,2	-4,73	22,3729
205,3	1,38	1,9044	189,2	-1,73	2,9929
195,6	-8,32	69,2224	181,2	-9,73	94,6729
197,3	-6,62	43,8244	184,8	-6,13	37,5769
211,0	7,08	50,1264	204,5	13,57	184,1449
228,2	24,28	589,5184	212,8	21,87	478,2969
193,4	-10,52	110,6704	186,1	-4,83	23,3289

Cədvəl 5.2-nin davamı

205,7	1,78	3,1684	196,8	5,87	34,4569
209,3	5,38	28,9444	201,5	10,57	111,7249
201,6	-2,32	5,3824	211,3	20,37	414,9369
207,4	3,48	12,1104			
n = 30		∑19653,28	n = 29		∑21124,38

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum(v_1 - M_{ə.o.\ 1})^2}{n_1 - 1}} = \sqrt{\frac{19653,28}{29}} = 26,03 \text{ q},$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum(v_2 - M_{ə.o.\ 2})^2}{n_2 - 1}} = \sqrt{\frac{21124,38}{28}} = 27,47 \text{ q}.$$

3. İndi isə σ-nın qiymətlərinə uyğun x_1 və x_2-ni tapırıq, yəni σ-nın qiymətlərini normallaşdırılmış kənarlaşma ilə işarə edirik:

$$x_1 = \frac{v_{min.2} - M_{ə.o.\ 1}}{\sigma_1} = \frac{139,7 - 203,92}{26,03} = -2,5,$$

$$x_2 = \frac{v_{max.1} - M_{ə.o.\ 2}}{\sigma_2} = \frac{251,5 - 190,93}{27,47} = -2,2.$$

"Normal paylanma əyrisinin sahələri və ordinatları" cədvəlindən görürük ki, v-nin $M_{ə.o.}$-dan kənarlaşmasının φ (x_1) qiyməti 0,49379-a, φ (x_2) qiyməti isə 0,48610-a bərabərdir (cədvəl 5.3).

Cədvəl 5.3

“Normal paylanma əyrisinin sahələri və ordinatları” cədvəlindən (Millisə görə) bir hissə

Normallaşdırılmış kənarlaşma $x = \frac{v - M_{ə.o.}}{\sigma}$	Normallaşdırılmış kənarlaşmanın ikinci φ (x) funksiyası		$x = \frac{v - M_{ə.o.}}{\sigma}$ qiyməti üçün y ordinatının normallaşdırılmış kənarlaşmasının birinci f (x) funksiyası Yəni v-nin $M_{ə.o.}$-dən x-ə qədər kənaraçıxmasının y_x ehtimalı
	y_0 və y ordinatları arasındakı sahə $\frac{v - M_{ə.o.}}{\sigma}$	y_0 və y ordinatları arasına düşən nümunələrin faizlə (%) miqdarı	
2,0	0,47725	47,725	0,05399
2,1	0,48214	48,214	0,43398
2,2	0,48610	48,610	0,03547
2,3	0,48928	48,928	0,02833
2,4	0,49180	49,180	0,02239
2,5	0,49379	49,379	0,01753
2,6	0,49534	49,534	0,01358
2,7	0,49653	49,653	0,01042

4. $p = 0,5 \pm \varphi(x)$ ifadəsinə əsasən transqressiv əyrilərin transqressiv sahəsində p_1 və p_2 nümunələrinin müvafiq payını və ya faizlə miqdarını tapırıq.

Bizim misalımızda birinci variasiya cərgəsi (Xəzər dənizi populyasiyası) üçün

$p_1 = 0,5 + \varphi\ (x_1) = 0,5 + 0,49379 = 0,99379$ və ya 99,38%;

ikinci variasiaya cərgəsi üçün isə

$p_2 = 0,5 + \varphi\ (x_2) = 0,5 + 0,48610 = 0,98610$ və ya 98,61% olacaqdır. Yəni bizim misalımıza görə alınan transqressiv əyrinin transqressiv sahəsinə (bir-biri ilə üst-üstə düşən hissədə) düşən nümunələrin miqdarı hər iki populyasiyaya aid olan nümunələrin əksəriyyətini, uyğun olaraq 99,38% və 98,61%-i təşkil edir.

5. Transqressiya əmsalını tapırıq:

$$T = \frac{n_1 \cdot p_1 + n_2 \cdot p_2}{n_1 + n_2} = \frac{30 \cdot 0{,}99379 + 29 \cdot 0{,}9861}{30+29} = \frac{29{,}8137+28{,}5969}{59} = 0{,}99$$
və ya 99%.

Deməli bizim misala görə hər iki variasiya cərgəsi arasında transqresiya 99%-dir. Yəni, hər iki variasiya cərgəsinə düşən nümunələrin 99%-i transqresiya sahəsinə (eyni aralığa) düşür.

Transqressiya təhlilinin ikinci elementi hər iki variasiya sırasının ədədi ortaları arasındakı fərqin – D-nin müəyyən edilməsidir. D müqayisə olunan iki variasiya sırasının ədədi ortalarının fərqinə bərabərdir. Yəni, D = $M_{ə.o.\ 1} - M_{ə.o.\ 2}$. Əgər bu fərq əhəmiyyətlidirsə (ən azı 3 dəfə çox olmalıdır), onda hər iki variasiya sırasının ədədi ortaları arasında transqressiv əlaqənin olduğunu deyə bilərik. Ədədi ortalar arasındakı fərq etibarsızdırsa, onda bir variasiya sırası, sanki, digərinin bir hissəsidir və onların tezlikləri müvafiq siniflər üzrə iki zirvəli tək əyri kimi olacaqdır.

Hər iki variasiya cərgəsinin ədədi ortaları arasındakı fərqin statistik xətasını müəyyən etmək üçün aşağıdakı düsturdan istifadə olunur:

$$m_D = \sqrt{m^2_{M_{ə.o.\ 1}} + m^2_{M_{ə.o.\ 2}}}$$

Burada:

$m_{M_{ə.o.\ 1}}$ və $m_{M_{ə.o.\ 2}}$ – hər bir variasiya cərgəsinin ədədi ortalarının xətasıdır. Bu xətalar aşağıdakı formulla hesablanır: $m_{M_{ə.o.}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Bizim misalımıza uyğun olarzaq $M_{ə.o.\ 1}$ və $M_{ə.o.\ 2}$-nin (ədədi ortaların) xətsını tapaq:

$$m_{M_{ə.o.\ 1}} = \frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}} = \frac{26{,}03}{\sqrt{30}} = \frac{26{,}03}{5{,}48} = 4{,}75 \text{ q},$$
$$m_{M_{ə.o.\ 2}} = \frac{\sigma_2}{\sqrt{n_2}} = \frac{27{,}47}{\sqrt{29}} = \frac{27{,}47}{5{,}38} = 5{,}11 \text{ q}.$$

İki ədədi orta arasındakı fərqi tapaq:

$D = M_{ə.o.\ 1} - M_{ə.o.\ 2}$ = 203,92 – 190,93 = 12,99 q.

Ədədi ortaların xətaları arasındakı fərq

$m_D = \sqrt{m^2_{M_{ə.o.\ 1}} + m^2_{Mə.o.\ 2}} = \sqrt{4{,}75^2 - 5{,}11^2} = \sqrt{48{,}6746} =$ 6,98 olacaqdır.

D-lər arasındakı fərqin nisbəti $\frac{D}{m_D} = \frac{12{,}99}{6{,}98}$ = 1,86-dır.

Göründüyü kimi bizim misalda ədədi ortalar arasındakı fərqin onların xətalarının fərqinə olan nisbətinin 3-dən az olması bu variasiya cərgələri arasında transqressiv əlaqənin zəif olduğunu göstərir. Yəni bizim misalımızdakı varisasiya cərgələrindən biri elə bil ki, digərinin bir hissəsidir və onları qarfik formada təsvir etdikdə iki zirvəli bir əyri alınacaqdır.

Transqressiya təhlilinin üçüncü elementi variasiya sıralarından hansının bu və ya digər fərdlərə (nümunələrə) aid edilməli olduğunu, əlamətin hansı qiymətinin hər iki variasiya sırası üçün ümumi olan variantların hüdudlarında, yəni hər iki variasiya sırasının sərhədləri daxilində olduğunu müəyyən etməkdir. Verilmiş fərdin transqressiyanı təşkil edən bu və ya digər sıraya aid olub-olmadığını müəyyən etmək üçün transqresiyanı yaradan transqressiv sıralar üçün kənarlaşmaların kvadratlarının cəminin $(v - M_{ə.o.})^2$ müqayisəsinə əsasən hesablanmış kombinə edilmiş (birləşdirilmiş, üst-üstə düşən) əlamətlər metodundan (ixtioloq Heinecke tərəfindən təklif olunur) istifadə olunur.

Bunu bir misal üzərində izah edək. Tutaq ki, Azərbaycanın su hövzələrindən kütləsi (P) 10,4 kq olan bir çəki balığı ovlanmışdır. Bu göstəriciyə əsasən ovlanmış balığın təbii su hövzələrindən və ya göl balıqçılıq təsərrüfatlarından ovlandığını müəyyən etmək tələb olunur.

Bu məsələni həll etmək üçün bir-biri ilə az əlaqəli olan, lakin çəki balığının həm təbii su hövzələri, həm də göl balıqçılıq təsərrüfatları üçün xarakterik ola biləcək bir neçə göstəricisini – kütləsini, bədən uzunluğunu və Fultona görə dolğunluq əmsalını – götürürüb təhlil edirik. Əvvəlcə ovlanmış çəki balığının bədən uzunluğunu (SL) və Fultona görə dolğunluq əmsalını müəyyən edək. Bunun üçün bizə təqdim olunmuş çəki balığının uzunluğunu ölçürük, tutaq ki, onun uzunluğu 78 sm-dir. Bu balığın verilmiş kütlə və uzunluq göstəricilərinə əsasən onun Fultona görə dolğunluq əmsalını hesablayırıq:

$$F_{\text{bizə təqdim olunmuş balıq}} = \frac{P_{\text{bizə təqdim olunmuş balıq}} \cdot 100}{SL^3_{\text{bizə təqdim olunmuş balıq}}} =$$

$$\frac{10400 \cdot 100}{78^3} = 2{,}19.$$

Tutaq ki, ədəbiyyat məlumatlarına görə çəkinin təbii su hövzələrində yaşayan populyasiyasının iri ölçülü fərdlərinin (bizə təqdim olunmuş balığa yaxın ölçüdə olanlarının) kütləsi orta hesabla 7,3 kq, bədən uzunluğu orta hesabla 72 sm, Fultona görə dolğunluq əmsalı orta hesabla 1,96, göl balıqçılıq təsərrüfatlarında yetişdirilənlərin müvafiq göstəriciləri isə belədir: kütlə – 12,8 kq, bədən uzunluğu – 82 sm, Fultona görə dolğunluq əmsalı – 2,32 (cədvəl 5.4).

Cədvəl 5.4

Müxtəlif su hövzələrindən ovlanmış çəkinin bəzi bioloji göstəriciləri

Ovlandığı yer	Kütləsi (P), kq-la	Bədən uzunluğu (SL), sm-lə	Fultona görə dolğunluq əmsalı
Təbii su hövzələri (1)	7,3	72	1,96
Göl balıqçılıq təsərrüfatları (2)	12,8	82	2,32
Bizə təqdim olunmuş fərd (A)	10,4	78	2,19

Bizə təqdim olunmuş çəki balığının (A-nın) fərdi göstəricilərini təbii və süni su hövzələrindən ovlanmış çəki balıqlarının orta göstəricilərindən kənarlaşmalarının kvadratları $(v_A - M_{ə.o.\ 1})^2$ və $(v_A - M_{ə.o.\ 2})^2$ ilə müqayisə edək. Yəni, kombinə edilmiş əlamətlər metodundan istifadə etməklə bizə təqdim olunmuş çəki balığının hansı su hövzəsindən ovlandığını tapaq (cədvəl 5.5).

Cədvəl 5.5

Kombinə edilmiş əlamətlər metoduna əsasən çəki balığının ovlandığı su hövzəsinin müəyyən edilməsi

Əlamətlər	Çəki balığının fərdi göstəricilərinin təbii və göl balıqçılıq təsərrüfatlarında yetişdirilən populyasiyaların orta göstəricidən kənaraçıxmasının qiymətləri	
	Təbii su hövzələri $(v_A - M_{ə.o.\ 1})$	Göl balıqçılıq təsərrüfatları $(v_A - M_{ə.o.\ 2})$
Kütlə, kq	10,4 – 7,3 = 3,1	10,4 – 12,8 = - 2,4
Bədən uzunluğu, sm	78 – 72 = 6	78 – 82 = - 4
Fultona görə dolğunluq əmsalı	2,19 – 1,96 = 0,23	2,19 – 2,32 = - 0,13
Hər bir əlamət üzrə kənaraçıxmanın kvadratı	$(v_A - M_{ə.o.\ 1})^2$ $-2{,}2^2$ = 9,61 -1^2 = 36 $0{,}53^2$ = 0,0529	$(v_A - M_{ə.o.\ 2})^2$ $-2{,}4^2$ = 5,76 -4^2 = 16 $-0{,}13^2$ = 0,0169
Kənaraçıxmaların kvadratlarının cəmi	$\sum(v_A - M_{ə.o.\ 1})$ = 45,6629	$\sum(v_A - M_{ə.o.\ 2})$ = 21,7769

Nəticə etibarilə, bizə təqdim olunmuş çəki balığının göl balıqçılıq təsərrüfatlarında yetişdirilən balıqlara daha yaxın olması məlum olur:

$$\sum(v_A - M_{ə.o.\ 1}) > \sum(v_A - M_{ə.o.\ 2}).$$

Bu hal tədqiqatçıya təqdim olunmuş yalnız bir nümunənin hansı qrupa yaxın olmasını aydınlaşdırmaq üçün əlverişlidir. Yəni çoxsaylı nümunələrin araşdırılması üçün bu üsul əlverişli deyil.

6. STATİSTİK XƏTALAR (SƏHVLƏR)

6.1. Dəyişən əlamətin göstəricilərinin statistik üsulla öyrənilməsi

Dəyişən əlamətin göstəricilərinin statistik üsulla öyrənilməsi zamanı biz əlamətə dair götürüdüyümüz nümunələrə əsasən onun orta göstəricisini müəyyən edirik. Məsələn, tutaq ki, biz Xəzər külməsinin kütlə göstəricilərini statistik üsulla müəyyən etmək istəyirik. Bunun üçün biz bütün külmə fərdlərini deyil, onlardan götürdüyümüz müəyyən nümunələri tədqiq edirik və onlara əsasən mühakimə yürüdürük. Belə olan halda, biz materialların təhlili zamanı müəyyən statistik xətalara yol verə bilərik. Ona görə də çalışmalıyıq ki, yol verdiyimiz xətaları tamamilə aradan qaldıraq və ya onları minimuma endirək.

Bioloji obyektlərlə işləyən zaman yerinə yetirilən tədqiqatlar və ya qoyulmuş təcrübələr zamanı alınan nəticələr reallığa, əldə olunan göstəricilər isə faktiki qiymətlərə uyğun gəlməyə bilər. Hesablamalar zamanı əldə olunmuş nəticələrlə faktiki məlumatlar arasındakı uyğunsuzluğa müşahidə xətası deyilir. Xətaların baş vermə səbəblərindən asılı olaraq, onlar təsadüfi və ya sistematik qeydiyyat xətalarına və nümunələrlə bağlı meydana çıxan xətalara bölünür.

Təsadüfi və ya sistematik qeydiyyat xətaları nümunələr götürülən zaman qeydiyyatın düzgün aparılmaması nəticəsində meydana çıxan xətalardır.

Nümunələrlə bağlı meydana çıxan xətalar nümunələrin düzgün seçilməməsi, yəni seçmə zamanı metodik cəhətdən səhvlərə yol verilməsi ilə əlaqədardır. Məsələn, hər hansı bir balığa dair nümunələr götürülən zaman yalnız eyni ölçüdə olan fərdlərin seçilməsi və ya seçmə zamanı yalnız xüsusi fərqlənən fərdlərin götürülməsi.

Təsadüfi xətalar tədqiqatçının düzgün olmayan qeydləri və ya təcrübənin parametrlərinin nəzərə alınmaması nəticəsində yaranır. Bunlar işə diqqətsizlik, hesablamalar zamanı səhvlərə yol verilməsi, hərf səhvləri və s. nəticəsində baş verə bilər. Bunun üçün ilkin materiallar və qeydlər yenidən yoxlanılmalı, yol verilmiş səhvlər tapılaraq aradan qaldırılmalıdır.

Təsadüfi və ya sistematik qeydiyyat xətaları qeyri-dəqiq ölçülmələr nəticəsində də yarana bilir. Bu, istifadə olunan alətlərin qeyri-dəqiqliyi və ya onların aşağı ayırdetmə qabiliyyəti ilə bağlı ola bilər. Dəqiq nəticənin alınması üçün eyni əlaməti bir neçə dəfə ölçüb və alınan göstəricilərə əsasən ortaq göstəricini müəyyən etmək olar. Adətən cihazların pasportunda onların səhvetmə dəqiqliyi göstərilir və ölçmələr zamanı bu nəzərə alınmalıdır.

Hesablamalar zamanı statistik xətalar nə qədər kiçik olarsa, yekun nəticələr də bir o qədər dəqiq olar. Xətanın miqyası və onun dəqiqliyi hesablamalara cəlb olunmuş nümunələrin sayından da asılıdır. Hesablamalara cəlb olunmuş nümunələrin sayı nə qədər çox olarsa, tapılmış xətanın dəqiqliyi də bir o qədər yüksək olar. Nümunələrin sayı artdıqca statistik xətaların qiyməti aşağı düşür. Əlamətin dəyişkənlik dərəcəsi də statistik xətaların qiymətinə təsir göstərir. Belə ki, əlamətin dəyişkənlik dərəcəsi artdıqca statistik xətanın qiyməti də artacaq. Ona görə də, statistik xətanı azaltmaq üçün, xüsusən də öyrənilən əlamətin böyük dəyişkənliyə malik olduğu hallarda hesablamalara cəlb olunacaq nümunələrin sayını artırmaq lazımdır. Məsələn, tutaq ki, təbii su hövzələrində yaşayan 4 yaşlı çəki balığının kütləsi 700-1800 q, Kür şəmayısının kütləsi isə 180-210 q arasında dəyişir. Belə halda bu balıqların kütlə göstəriciləri arasındakı fərqə diqqət yetirmək lazımdır. Bu göstərici üzrə hansı növdə fərq yüksəkdirsə deməli həmin növə dair daha çox nümunə götürülərək tədqiq olunmalıdır.

Statistikada statistik xətaların qiymətinin hesablanması üsulları işlənib hazırlanmışdır. Onların hesablanması üsulu öyrənilən kəmiyyətin və ya göstəricinin növündən asılıdır.

Statistik xətanın orta və ya standart xəta kimi adlandırılması qəbul edilmişdir. Əksər ədəbiyyatlarda kiçik **m** kimi işarə olunur. Çox vaxt xətanın hansı dəyərə aid olduğunu göstərmək üçün m-in indeksində həmin dəyərin işarəsi yazılır. Məsələn, m_M, yəni orta arifmetrik rəqəmin xətası və ya m_A, yəni təxmini ortanın xətası və s. Xətalar müəyyən edildiyi statistik göstəricinin adına uyğun adlandırılır.

6.2. Orta arifmetrik rəqəmin statistik xətasının hesablanması

Orta arifmetik rəqəmin xətası mühüm statistik göstəricilərdən biridir. Bu göstərici ilə nümunələrin heterogenliyini (müxtəlifliyini) müəyyən etmək olar. Orta arifmetik rəqəmin xətasınının qiyməti dəyişən əlamətin göstəricisinə dair əldə olunmuş nümunələr əsasında yaradılmış variasiya cərgələrinə düşən nümunələrin sayından (tezliyindən) asılıdır.

Çoxsaylı nümunələr əsasında müəyyən edilmiş orta arifmetik rəqəmin xətası aşağıdakı düsturla tapılır:

$$m_M = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{1 - \frac{n}{N}}$$

Burada:

m_M – orta arifmetrik rəqəmin xətası;

σ – orta kvadratik kənarlaşma;

n – tədqiqata cəlb olunan nümunələrin sayı;

N – tədqiq olunan əlamətə malik olan ümumi nümunələrin sayı.

Əvvəlcə n və N-i izah edək. n tədqiqat zamanı göstəriciləri müəyyən edilmiş nümunələrin sayıdır. Məsələn, külmə balığının hər-hansı bir göstəricisini müəyyən etmək üçün tutaq ki, 100 ədəd külmə balığı tədqiqata cəlb olunub. N isə su hövzəsində yaşayan bütün külmələrin sayıdır və bu say sonsuz sayda (N=∞) ola bilər. Belə olan halda $\frac{n}{N}$ ifadəsi çox kiçik qiymətə malik olacaq, onda $\sqrt{1-\frac{n}{N}}$ ifadəsi təxminən 1-ə bərabər olacaqdır. Ona görə də tədqiqata cəlb olunmuş nümunələrin sayı (n) ümumi nümunələrin (N) ən azı 5-10%-ni təşkil edirsə, onda $\sqrt{1-\frac{n}{N}}$ ifadəsindən istifadə olunur, çünki yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi kökaltı ifadənin qiyməti 1-ə yaxınlaşır. Deyilənləri nəzərə alsaq, onda yuxarıdakı düstur aşağıdakı şəkildə olacaq:

$$m_M = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Bu düsturdan görünür ki, orta arifmetrik rəqəmin xətası orta kvadratik kənarlaşma ilə düz, nümunələrin sayı ilə tərs mütənasibdir. Orta kvadratik kənarlaşma əlamətin dəyişkənliyi ilə birbaşa bağlı olduğundan, onda əlamətin dəyişkənliyi, yəni variasiya cərgələrində mərkəzi variasiya cərgəsindən sağda və solda yerləşən variasiya cərgələrinə düşən nümunələrin miqdarı çox olduqca orta arifmetrik rəqəmin xətası da bir o qədər çox olacaqdır. Əksinə, tədqiqata cəlb olunan nümunələrin sayı artdıqca orta kvadratik kənarlaşmanın xətası da bir o qədər azalacaqdır.

Bir misal üzərində orta arifmetrik rəqəmin xətasının statistik təhlilinin necə aparıldığını izah edək: Tutaq ki, Xəzər dənizindən ovlanmış 3 və ondan yuxarı yaşlı 500 ədəd kütümün on faizindən təsadüfi nümunə götürmüşük. Deməli götürdüyümüz nümunələrin sayı 50 ədəddir. Bu nümunələrin standart uzunluğunu ölçüb, hesablamalar əsasında orta arifmetrik rəqəmi və onun səhvini tapaq. Tutaq ki, götürdüyümüz nümunələrin göstəriciləri (sm-lə) belədir: 27, 32, 43, 35, 57, 63, 42, 29, 43, 52, 39, 50, 42, 46, 61, 49, 41, 38, 52, 46, 54, 62, 37, 45, 49, 53, 57, 51, 44, 48, 53, 55, 57, 46, 30, 29, 44, 53, 46, 48, 47, 50, 42, 39, 43, 48, 46, 45, 51, 49.

Orta arifmetrik rəqəmin xətasını tapmaq üçün ilk növbədə orta arifmetik rəqəmin özünü və orta kvadratik kənarlaşmanı müəyyən etmək lazımdır. Bunun üçün yuxarıdakı göstəricilər arasından maksimum və minimum göstəricini müəyyən edib, onların fərqini tapırıq. Aldığımız rəqəmi qurmaq istədiyimiz variasiya cərgələrinin sayından bir çıxmaqla alınacaq rəqəmə bölməklə variasiya cərgələri arasındakı intervalı müəyyənləşdiririk. Belə ki, bizim misalda maksimum göstərici 63, minimum göstərici isə 27-dir. Bu göstəricilərin fərqi 36 olacaqdır. Tutaq ki, biz misalimiz üçün yeddi variasiya cərgəsi qurmaq istəyirik, onda 36-nı 6-ya bölüb variasiya cərgələri arasındakı intervalı (λ=36:6=6) tapırıq. İndi isə variasiya cərgələrinin sərhədlərini müəyyən edib, hər bir variasiya cərgəsinə düşən nümunələrin sayını müəyyənləşdiririk. Birinci variasiya cərgəsinin aşağı sərhəddi 27-3=24, yuxarı sərhəddi isə 24+6=30 olacaqdır. 24 bura aid edilmir, ondan sonrakı rəqəm 25 götürülür. İkinci variasiya cərgəsinə düşən nümunələr 31-lə 36 arasındakı nümunələr olacaqdır. Digər variasiya cərgələrinin də sərhədlərini bu qayda ilə müəyyən edirik. Daha sonra hər variasiya cərgəsinin ədədi ortasını taparaq bütün nümunələr üçün təxmini ortanı (A) tapırıq (cədvəl 6.1).

$A = (4 \cdot 27,5 + 2 \cdot 33,5 + 8 \cdot 39,5 + 16 \cdot 45,5 + 13 \cdot 51,5 + 4 \cdot 57,5 + 3 \cdot 63,5) : 50 = (110 + 67 + 316 + 728 + 669,5 + 230 + 190,5) : 50 = 46,22.$

Cədvəl 6.1

Kütümün standart uzunluğunun (sm-lə) orta arifmetrik rəqəminin tapılması üçün variasiya cərgələrinin qurulmaqsı

Variasiya cərgələrinin nömrələri	Variasiya cərgələrinin sərhədləri	Variasiya cərgələrində olan nümunələrin sayı (p)	Hər bir variasiya cərgəsinin ədədi ortası (v)	Şərti kənarlaşma (a)	Şərti kənarlaşmanın kvadratı (a^2)
I	25-30	4	27,5	–3	9
II	31-36	2	33,5	–2	4
III	37-42	8	39,5	–1	1
IV	43-48	16	45,5	0	0
V	49-54	13	51,5	1	1
VI	55-60	4	57,5	2	4
VII	61-66	3	63,5	3	9

İndi isə orta kənaraçıxmanı (b-ni) tapaq:

$b = (4 \cdot (-3) + 2 \cdot (-2) + 8 \cdot (-1) + 13 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 3) : 50 = 0{,}12.$

$M = A + b \cdot \lambda$ düsturundan istifadə etməklə orta arifmetrik rəqəmi tapırıq:

$M = 46{,}22 + 0{,}12 \cdot 6 = 46{,}22 + 0{,}72 = 46{,}94.$

İndi isə $\sigma = \lambda \cdot \sqrt{b_2 - b_1^2}$ düsturundan istifadə etməklə orta kvadratik kənarlaşmanı tapaq. Bu düsturda λ-nın qiyməti bizə məlumdur – 6. b_1 = b. b_2-ni tapaq:

$b_2 = \frac{\sum p \cdot a^2}{n} = \frac{(4 \cdot 9)+(2 \cdot 4)+(8 \cdot 1)+(13 \cdot 1)+(4 \cdot 4)+(3 \cdot 9)}{50} =$ 2,16.

$\sigma = 6 \cdot \sqrt{2{,}16 - 0{,}0036} = 8{,}82$.

Artıq $m_M = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ düsturundan istifadə etməklə orta arifmetrik rəqəmin xətasını tapa bilərik: $m_M = \frac{8{,}82}{7{,}07} = 1{,}25$.

Deməli bizim misal üçün $M \pm m_M = 46{,}94 \pm 1{,}25$ (sm) olacaq.

Seçilmiş nümunələr əsasında tapılmış orta qiymətin bütün nümunələrin göstəricilərini nə dərəcədə düzgün əks etdirdiyini göstərən göstərici etibarlılıq meyarı (t) adlanır. Bu göstərici tapılmış statistik ortanın (ədədi, təxmini, arifmetrik və s.) onun xətasına olan nisbətinə bərabərdir.

İndi yuxarıda qeyd etdiyimiz ümumi nümunələrdən (N=500) götürdüyümüz 50 nümunə (n=50) üçün tapdığımız orta arifmetrik rəqəmin (M = 46,94) bütün nümunələrin göstəricisini nə dərəcədə düzgün əks etdirirdiyini, yəni etibarlılığını müəyyən edək.

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi etibarlılıq meyarı (t) aşağıdakı kimi tapılır:

$$t = \frac{M}{m}$$

Burada:

t – etibarlılıq meyarı;

M – orta arifmetrik rəqəm;

m – orta arifmetrik rəqəmin xətasıdır.

Bizim misala görə $t = \frac{46{,}94}{1{,}25} = 37{,}55$.

Etibarlılıq meyarının qiyməti nə qədər yüksəkdirsə, onda tapılmış orta göstəricisi bir o qədər etibarlı olacaqdır.

Müxtəlif tədqiqatlar zamanı əldə olunmuş etibarlılıq meyarının müxtəlif səviyyələri, yəni alınan nümunənin qiymətinin dəqiqlik səviyyəsinə dair tələblər müəyyən edilmişdir.

Sənaye, elmi-istehsalat təcrübələri və əksər bioloji tədqiqatlar üçün etibarlılıq meyarı t = 2-2,5 arasında qəbul olunur. Etibarlılıq meyarının qiyməti 2-yə bərabər olduqda (t = 2), ehtimal dərəcəsi P = 0,95-ə bərabər olur. Bu o deməkdir ki, qoyulan hər 100 təcrübədən 95-i doğrudur, 5-i isə səhvdir. Deməli etibarlılıq meyarı t = 2, yəni P = 0,95 olduqda yol verilən xəta 5% təşkil edir.

t = 2,5 olduqda, P = 0,987 kimi qəbul edilir, yəni hər 76 doğru təcrübəyə bir səhv təcrübə uyğun gəlir. Əldə olunan məlumatların etibarlılığının daha yüksək ehtimal tələb etdiyi tədqiqatlarda ehtimal dərəcəsi P = 0,997 olduqda, ona uyğun etibarlılıq meyarı t = 3 götürülür ki, bu da 332 düzgün təcrübədən bir səhv nəticə deməkdir.

Nümunələrin emalının nəticələrinin daha dəqiq ifadə olunmasının tələb olunduğu hallarda, etibarlılıq meyarı (t) 4-cü səviyyədə qəbul edilir, bu halda P = 0,999936 olur. Yəni hər 15625 təcrübədən yalnız biri səhvdir.

6.3. Azsaylı nümunələr üçün ədədi ortanın statistik xətasının hesablanması

Azsaylı nümunələr üçün ədədi orta müəyyən edilərkən etibarlılıq meyarının qiyməti bir qədər dəyişir. Belə ki, t-Student kriteriyasına görə azsaylı nümunələrdə etibarlılıq meyarının qiyməti seçmədəki nümunələrin sərbəst sayından (k) asılıdır. Nümunələrin sərbəst sayını tapmaq üçün nümunələrin ümumi sayından 1 vahid çıxılır, yəni k=n-1. Əgər iki və ya daha çox əlamət müqayisə olunarsa, onda hər əlamətə aid olan nümunələr üçün k tapılır və cəmlənir. Azsaylı nümunələr üçün ədədi ortanın xətası aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$m = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} = \frac{\sigma}{\sqrt{k}}$$

Burada:
m – orta arifmetrik rəqəmin xətası;
σ – orta kvadratik kənarlaşma;
n – nümunələrin ümumi sayı;
k – seçimdəki nümunələrin sərbəst sayı.

Ədədi ortanın etibarlılıq meyarı (t) t-Student cədvəlinə əsasən müəyyən edilir (cədvəl 6.2).

Cədvəl 6.2

t-Student – azsaylı və çoxsayı nümunələr üçün ehtimalın müxtəlif səviyyələrində t etibarlılıq meyarının P-nin qiymətlərinə uyğunluğu cədvəlindən bir hissə

Seçimdəki nümunələrin sərbəst sayı, k	P – ehtimal dərəcəsi		
	0,95	0,99	0,999
	t – etibarlılıq meyarının qiyməti		
1	12,71	63,7	637,0
2	4,3	9,9	31,6
3	3,2	5,8	12,9
4	2,88	4,6	8,6
5	2,6	4,0	6,9
6	2,4	3,7	6,0
7	2,4	3,5	5,3
8	2,3	3,4	5,0
9	2,3	3,3	4,8
10	2,2	3,2	4,6
11	2,2	3,1	4,4
12	2,2	3,1	4,3
13	2,2	3,0	4,1
14	2,15	3,0	4,1
15	2,1	3,0	4,1
16	2,1	2,9	4,0
17	2,1	2,9	4,0
18	2,1	2,9	3,9
19-20	2,1	2,9	3,9

Azsaylı nümunələr üçün ədədi ortanın etibarlılıq meyarın intervallarının sərhədlərinin (ən böyük və ən kiçik qiymətlərinin) hesablanması t-nin etibarlılıq qiymətindən istifadə etməklə tapılır.

Bir misal üzərində azsaylı nümunələr üçün ədədi ortanın xətasının hesablanmasını nəzərdən keçirək. Tutaq ki, Kür çayından ovlanmış 20 ədəd şəmayının kütlə göstəriciləri (q-la) aşağıdakı kimidir: 56, 98, 143, 95, 47, 124, 85, 94, 76, 51, 81, 93, 98, 120, 57, 86, 63, 72, 105, 89.

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi n < 30 olan nümunələr üçün ədədi ortanın və orta kvadratik kənarlaşmanın qiymətinin hesablanması düsturlarından istifadə etməklə müvafiq göstəriciləri tapaq:

$M_{ə.o.}$ = (a+b+c+ç+ ⋯) : n = (56 + 98 + 143 + 95 + 47 + 124 + 85 + 94 + 76 + 51 + 81 + 93 + 98 + 120 + 57 + 86 + 63 + 72 + 105 + 89) : 20 = 86,85 q.

Ədədi ortaya ($M_{ə.o.}$) görə orta kvadratik kənarlaşmanı (σ) tapaq:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(v - M_{ə.o.})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{12030,9}{19}} = 25,16.$$

$m_M = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}}$ düsturuna əsasən ədədi ortanın xətasını hesablayaq:

$$m_{M_{ə.o.}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n-1}} = \frac{25,16}{4,36} = 5,77.$$

Buradan da etibarlılıq meyarını tapırıq:

$$t = \frac{M_{ə.o.}}{m} = \frac{86,85}{5,77} = 15,05$$

Cədvəl 6.2-yə əsasən nümunələrin sayının 19 olduğu cərgədə P-nin qiymətlərinə uyğun t-nin qiymətləri aşağıdakı kimidir:

P = 0,95-ə uyğun t-nin qiyməti 2,1;
P = 0,99-a uyğun t-nin qiyməti 2,9;
P = 0,999-a uyğun t-nin qiyməti 3,9.

Bizim misalda etibarlılıq meyarı (t) üçün aldığımız qiymət 15,05-dir ki, bu da cədvəl 6.2-yə əsasən 19 nümunə üçün nəzərdə tutulmuş bütün etibarlılq meyarlarından çoxdur. Bu onu göstərir ki, bizim hesablamalarımızın etibarlılıq dəyəri yüksəkdir.

6.4. Alternativ əlamətlər üçün statistik xətanın müəyyən edilməsi

Alternativ əlamət dedikdə bütün nümunələrin iki qrupa ayrılması nəzərdə tutulur ki, bu qrupların birində müəyyən xüsusiyyət olur, digərində isə həmin xüsusiyyət olmur.

Hər bir qrupdakı nümunələr üçün statistik xətanı müəyyən etmək üçün aşağıdakı düsturdan istifadə olunur:

$$m_P = m_Q = \sqrt{\frac{P \cdot Q}{n}}$$

Burada:

m_P və m_Q – alternativ qruplardır;

P – alternativ əlamətlərə malik fərdlərin sayı;

Q – alternativ əlamətlərə malik olmayan fərdlərin sayı;

N – nümunədəki ümumi fərdlərin sayı (P+Q-nin cəminə bərabərdir).

Misal göstərək. Tutaq ki, əldə etdiyimiz 120 ədəd çapaq balıqlarının bir hissəsi xəstəliyə yoluxub, digər hissəsi isə yoluxmayıb (sağlamdır). Xəstəliyə yoluxmuş çapaqları P qrupunda, yoluxmamışları isə Q qrupunda toplayaq. Deməli, birinci qrupda P = 30, ikinci qrupda isə Q = 90 olacaqdır. İndi P və Q qrupları üçün xətanı hesablayaq:

$$m_P = m_Q = \sqrt{\frac{30 \cdot 90}{120}} = \sqrt{\frac{2700}{120}} = 4{,}74 \text{ (balıq).}$$

Hər iki qrup üçün xətanın qiyməti həmişə eyni olur, yəni $m_P = m_Q$. Lakin etibarlılıq meyarı (t) fərqli olacaq, çünki qruplarda olan nümunələrin (balıqların) sayı bir-birindən fərqlənir.

Hər bir qrup üçün etibarlılıq meyarını (t_P və t_Q) tapaq:

$P \pm m_P = 30 \pm 4{,}74$ balıq,

$t_P = \frac{30}{4{,}74} = 6{,}33.$

Buradan görünür ki, yoluxmuş çapaq qrupunun sayı kifayət qədər etibarlıdır, çünki etibarlılıq meyarı üçün aldığımız qiymət t-Student cədvəlinə görə 2-dən böyükdür – $t > 2$.

İndi ikinci qrup üçün etibarlılıq meyarını tapaq:

$Q \pm m_Q = 90 \pm 4{,}58$ balıq,

$t_Q = \frac{90}{4{,}74} = 18{,}99.$

Göründüyü kimi ikinci qrup üçün də etibarlılıq meyarı yüksəkdir.

Qeyd: Əgər xəstə balıqların sayı 2 olsaydı, onda $P \pm m_P = 2 \pm 15{,}49$ balıq olacaqdı.

Buradan da $t_P = \frac{2}{15{,}49} = 0{,}13$ olacaqdı ki, burada da etibarlılıq meyarı etibarsız olardı (çünki $t < 2$ olacaqdı).

Misalımıza qayıdaq. Əgər bizim misaldakı hər bir alternativ əlamət qrupundakı fərdlərin sayını faizlə ifadə etsək, onda

$P' = \frac{30}{120} \cdot 100\% = 25\%$, $Q' = \frac{75}{120} \cdot 100\% = 75\%$,

$m_{P'} = m_{Q'} = \sqrt{\frac{25 \cdot 75}{120}} = \sqrt{\frac{1875}{120}} = 3{,}95\%$

olacaqdır.

Buradan da qruplardakı balıqların sayının faizlə ifadə olunan göstəricilərinin etibarlılığı aşağıdakı kimi olacaqdır:

Xəstəliyə yoluxmuş qrupda:

$P' \pm m_{P'} = 25 \pm 3{,}95\%$

$t_{P'} = \frac{25}{3{,}95} = 6{,}33$

Xəstəliyə yoluxmamış qrupda:

$Q' \pm m_{Q'} = 75 \pm 3{,}95\%$

$t_{Q'} = \frac{75}{3{,}95} = 18{,}99$

Göründüyü kimi həm mütləq (ədədlə ifadə olunduqda), həm də nisbi (faizlə ifadə olunduqda) göstəricilərlə hesablanma zamanı etibarlılıq meyarı üçün aldığımız qiymət eyni olur.

Alternativ əlamətlər üçün xətanı qruplardakı fərdlərin sayını vahidin hissələri ilə ifadə etməklə də tapmaq olar. Bunun üçün qrupdakı nümunələrin sayını ümumi nümunələrin sayına bölmək lazımdır, yəni $P' = \frac{P}{n}$ və $Q' = \frac{Q}{n}$ olacaqdır.

Vahidin hissələri ilə ifadə etməklə alternativ əlamətlərin xətası tapılarkən $m_P = m_Q = \sqrt{\frac{P \cdot Q}{n}}$ düsturunda müəyyən dəyişiklik olur. Belə ki, əlamətin xətası üçün daha dəqiq qiymətin əldə olunması məqsədilə kökaltı ifadədə nümunələrin ümumi sayından (n-dən) 1 çıxılır:

$$m_{P'} = m_{Q'} = \sqrt{\frac{P' \cdot Q'}{n-1}}.$$

Bu xüsusilə azsaylı nümunələrlə işləyən zaman vacibdir.

Bizim misalda xəstəliyə yoluxan çapaqlar üçün

$P' = \frac{P}{n} = \frac{30}{120} = 0{,}25$ (balıq),

Xəstəliyə yoluxmayanlar üçün isə

$Q' = \frac{Q}{n} = \frac{90}{120} = 0{,}75$ (balıq) olacaqdır.

Qruplar üzrə xəta aşağıdakı kimi olacaq:

$$m_{P'} = m_{Q'} = \sqrt{\frac{0{,}25 \cdot 0{,}75}{119}} = \sqrt{\frac{0{,}1875}{119}} = 0{,}04\% \text{ olacaqdır.}$$

Qruplar üzrə göstəricilərin etibarlılığı aşağıdakı kimi olacaq:

Xəstəliyə yoluxmuş qrupda:

$P' \pm m_{P'} = 0{,}25 \pm 0{,}04$ balıq

$t_{P'} = \frac{0{,}25}{0{,}04} = 6{,}25$

Xəstəliyə yoluxmamış qrupda:

$Q' \pm m_{Q'} = 0{,}75 \pm 0{,}04$ balıq

$t_{Q'} = \frac{0{,}75}{0{,}04} = 18{,}75$

Yüxarıdakı üç üsulun (saya görə, faizlə və vahidin hissələri ilə ifadə olunma) üçü ilə də etibarlılıq meyarı üçün aldığımız qiymətlər eynidir. Vahidin hissələri ilə ifadə olunan üsulda aldığımız qiymətin bir qədər fərqli olması kökaltı ifadənin qiymətinin yuvarlaqlaşdırılmasıdır.

Beləliklə, hər iki qrupda olan çapaq balığının sayı etibarlılıq meyarına görə dəqiq nəticələr əldə etmək üçün kifayətdir.

Onu da nəzərə almaq lazımdır ki, alternativ əlamətlərə uyğun, yəni P^{I} və Q^{I} qrupları üçün götürülmüş nümunələrin say nisbətləri 0,25-0,75 arasında dəyişdikdə (vahidin hissələri ilə ifadə olunduqda) etibarlılıq meyarının qiyməti doğru olur. Əgər qrupdakı nümunələrin say nisbətləri 0 və 1-ə yaxınlaşırsa, onda etibarlılıq meyarının qiyməti etibarsız olacaqdır, yəni həmin nümunələrə uyğun tədqiqat aparılarsa nəticələr doğru olmayacaq.

Ona görə də, qruplardakı nümunələrin say nisbətləri 0,25-dən az və 0,75-dən çox olduğu hallarda P^{I} və Q^{I} üçün “φ Metod” (fi metod) və ya “Fisher bucaq çevrilməsi” metodundan istifadə olunur. “Fisher bucaq çevrilməsi” metodu tədqiqat işləri aparılan zamanı iki qrupda olan nümunələri rastgəlmə tezliyinə görə müqayisə etmək üçün nəzərdə tutulmuşdur. Bu metodda məqsəd hər bir qrupda olan nümunələrin sayının faizlə ifadə olunmuş göstəricilərini radyanla ölçülən mərkəzi bucağın qiymətinə çevirməkdir. Faizi çox olan qrup böyük bucağa, faiz az olan qrup isə kiçik bucağa uyğun olacaqdır. φ_1 və φ_2 bucaqları arasındakı fərqin artması, yəni iki qrupun hər birində olan nümunələrin sayları arasındakı fərqin çox olması etibarlılıq meyarının qiymətini artıracaqdır. φ_1 və φ_2 bucaqları arasındakı fərq (φ bucağı) nə qədər böyük olarsa, onda onlar arasındakı fərqlərin etibarlılıq ehtimalı bir o qədər yüksək olacaqdır. φ-nin qiyməti dispersiyanın (qruplar üzrə nümunələrin paylanması, səpələnməsi) ölçüsündən, P^{I} və Q^{I} qruplarındakı nümunələrin sayından asılı olmayan bir xətaya malikdir.

P^{I} qruplarındakı nümunələrin sayı φ-nin sinusunun qiyməti ilə bağlıdır:

$$P' = \sin^2 \cdot \frac{\varphi}{2}$$

$$\varphi = 2\mathrm{Arcsin}\sqrt{P'}$$

φ-nin xətası $m_\varphi = \frac{1}{\sqrt{n}}$ olacaqdır.

φ-nin göstəricisi xüsusi cədvələ (F Fisher meyarının kritik qiymətlərinin qısa cədvəlinə) əsasən tapılır. φ-nin qiyməti P'-in müvafiq qiymətinə uyğun gəlir.

6.5. Orta kvadratik kənarlaşma və dəyişkənlik əmsalı üçün xətanın müəyyən edilməsi

Orta kvadratik kənarlaşma və dəyişkənlik əmsalı üçün statistik xəta aşağıdakı düsturlarla müəyyən edilir:

Orta kvadratik kənarlaşmanın xətası:

$$m_\sigma = \frac{\sigma}{\sqrt{2n}}$$

Burada:

m_σ – orta kvadratik kənarlaşmanın xətası;

σ – orta kvadratik kənarlaşma;

n – qrupda olan nümunələrin sayı.

Dəyişkənlik əmsalının xətası:

$$m_{CV} = \frac{\sigma CV}{\sqrt{2n}}$$

Burada:

m_{CV} – dəyişkənlik əmsalının xətası;

CV – dəyişkənlik əmsalı;

n – qrupda olan nümunələrin sayı.

Bu düsturlar çoxsaylı nümunələr təhlil olunan zaman istifadə olunur və müxtəlif ehtimal səviyyələri üçün etibarlılıq meyarı aşağıdakı kimi götürülür:

$$t_{0,95} = 2,0;$$

$$t_{0,99} = 2,6;$$
$$t_{0,999} = 3,3.$$

İki müxtəlif variasiya cərgəsinin dəyişkənlik əmsalını müqayisə etmək tələb olunduqda, yalnız CV_1 və CV_2 variasiya əmsallarının mütləq qiymətlərini deyil, həm də bu variasiya cərgələrinin orta kvadratik kənarlaşmaları arasındakı fərqi və onların etibarlılığını müəyyən etmək lazımdır. Bunun üçün iki variasiya cərgəsinin orta kvadratik kənarlaşmaları arasındakı fərqi tapırıq: D = $\sigma_1 - \sigma_2$.

σ_1 və σ_2 fərqinin etibarlılığını müəyyən etmək üçün fərq xətası və etibarlılıq meyarı t_D hesablanır.

İki variasiya cərgəsinin orta kvadratik kənarlaşmaları arasındakı fərqin xətası aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$m_D = m_{\sigma_1} - m_{\sigma_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{2n_1} + \frac{\sigma_2^2}{2n_2}}$$

Burada:

m_D – müqayisə olunan iki variasiya cərgəsinin orta kvadratik kənarlaşmaları arasındakı fərqin xətası;

m_{σ_1}və m_{σ_2}– birinci və ikinci variasiya cərgələrinin orta kvadratik kənarlaşmasının xətası;

σ_1^2 və σ_2^2 – birinci və ikinci variasiya cərgələrinin orta kvadratik kənarlaşmasının kvadratı və ya dispersiyası;

n_1 və n_2 – hər variasiya cərgəsində olan nümunələrin sayı.

Bu düsturdan da çoxsaylı nümunələrin (n > 30) işlənməsi zamanı istifadə olunur və iki variasiya cərgəsinin orta kvadratik kənarlaşmaları arasındakı fərqin etibarlılıq meyarı aşağıdakı qaydada hesablanır:

$$t_D = t_{\sigma_1 - \sigma_2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{m_D}.$$

İki variasiya cərgəsinin orta kvadratik kənarlaşmaları arasındakı fərqin etibarlılıq meyarı (t_D) 2-dən çox olmalıdır.

Bir misal üzərində bu məsələyə aydınlıq gətirək. İki müxtəlif su hövzəsindən (Mingəçevir su anbarı və Kiçik Qızılağac körfəzi) ovlanmış və yaşı 5-dən çox olan çay sıfının standart uzunluğunun göstəricilərində olan dəyişkənliyi müəyyən edək (mm):

1-ci variasiya cərgəsi: Mingəçevir su anbarı: 458, 537, 457, 512, 607, 498, 564, 493, 567, 637, 472, 546, 559, 527, 539, 498, 603, 532, 467, 453, 539, 627, 548, 467, 537, 562, 613, 467, 529, 564, 537, 598, 602, 537, 568.

2-ci variasiya cərgəsi: Kiçik Qızılağac körfəzi: 524, 617, 567, 521, 528, 635, 442, 563, 647, 598, 612, 635, 587, 569, 495, 573, 581, 556, 638, 541, 597, 512, 648, 592, 483, 457, 641, 573, 495, 476, 548, 623, 551, 587, 593.

İki variasiya cərgəsinin orta kvadratik kənarlaşmalarının fərqinin etibarlılığını müəyyən etmək üçün $M_{ə.o.1}$, $M_{ə.o.2}$, σ_1 və σ_2-ni hesablamaq lazımdır.

n_1 və n_2-nin sayı 35-ə bərabərdir.

$M_{ə.o.1}$= (a+b+c+ç+ ⋯) : n = (458 + 537 + 457 + 512 + 607 + 498 + 564 + 493 + 567 + 637 + 472 + 546 + 559 + 527 + 539 + 498 + 603 + 532 + 467 + 453 + 539 + 627 + 548 + 467 + 537 + 562 + 613 + 467 + 529 + 564 + 537 + 598 + 602 + 537 + 568) : 35 = 18821 : 35 = 537,74 mm.

$M_{ə.o.2}$= (a+b+c+ç+ ⋯) : n = (524 + 617 + 567 + 521 + 528 + 635 + 442 + 563 + 647 + 598 + 612 + 635 + 587 + 569 + 495 + 573 + 581 + 556 + 638+ 541 + 597 + 512 + 648 + 592 + 483 + 457 + 641 + 573 + 495 + 476 + 548 + 623 + 551 + 587 + 593) : 35 = 19805 : 35 = 565,86 mm.

Hər iki variasiya cərgəsi üçün orta kvadratik kənarlaşmanı $\sigma = \lambda \cdot \sqrt{b_2 - b_1^2}$ düsturundan istifadə etməklə tapaq. Bunun üçün hər bir su hövzəsi üzrə yuxarıdakı göstəricilərə uyğun variasiya cərgələrini quraq.

Mingəçevir populyasiyası üçün variasiya cərgəsini qurub orta kvadratik kənarlaşmanı (σ_1) müəyyən edək: $\lambda = [v_{max.1}$ (637) $- v_{min.1}$ (457)] : 6 (tutaq ki, nümunələri 7 variasiya cərgəgəsində paylaşdırmaq istəyirik, onda 7-dən 1 çıxırıq) = 180 : 6 = 30 mm.

Birinci variasiya cərgəsinin aşağı sərhəddi $v_{min.1}$ (457) – λ : 2 = 457 – 15 = 442, yuxarı sərhəddi isə 442 + λ = 442 + 30 = 472 olacaq. 442 birinci variasiya cərgəsinə aid edilmir, buraya aid edilən rəqəmlər 443, 444, 445 ... 472 rəqəmlərdir. İkinci variasiya cərgəsinə düşən nümunələrin göstəriciləri 473, 474, 475 ... 502 olacaqdır. Digər variasiya cərgələri üçün də sərhədləri bu qaydada müəyyən edirik (cədvəl 6.3).

Cədvəl 6.3

Mingəçevir su anbarında yaşayan çay sıfının standart uzunluğunun orta kvadratik kənarlaşmasının müəyyən edilməsi üçün variasiya cərgələrinin müvafiq göstəriciləri

Variasiya cərgələrinin nömrələri	1	2	3	4	5	6	7
Variasiya cərgələrinin sərhədləri	443-472	473-502	503-533	534-563	564-593	594-623	624-653
Variasiya cərgələrində olan nümunələrin sayı (p)	7	3	4	10	4	5	2
Şərti kənarlaşma (a)	–3	–2	–1	0	1	2	3
Şərti kənarlaşmanın kvadratı (a^2)	9	4	1	0	1	4	9

Çay sıfının Mingəçevir populyasiyasının standart uzunluğu üçün tapdığımız ədədi ortanın qiyməti (537,74) 4-cü variasiya cərgəsinə təsadüf etdiyinə görə onu mərkəzi variasiya cərgəsi kimi götürürük. Eyni zamanda modaya da bu variasiya cərdəsi uyğun gəlir.

Misalımıza uyğun $\sigma = \lambda \cdot \sqrt{b_2 - b_1^2}$ düsturunda b_1 və b_2-ni tapaq:

b_1 = (7 · (-3) + 3 · (-2) + 4 · (-1) + 4 · 1 + 5 · 2 + 2 · 3) : 35 = – 11 : 35 = – 0,31 mm.

$$b_2 = \frac{\sum p \cdot a^2}{n} = \frac{(7 \cdot 9) + (3 \cdot 4) + (4 \cdot 1) + (4 \cdot 1) + (5 \cdot 4) + (2 \cdot 9)}{35} = 3{,}46$$
mm.

Onda $\sigma_1 = 35 \cdot \sqrt{3{,}46 - 0{,}0961} = 61{,}6$ mm.

Çay sıfının Kiçik Qızılağac körfəzi populyasiyası üçün variasiya cərgəsini qurub orta kvadratik kənarlaşmanı (σ_2) müəyyən edək: $\lambda = [v_{max.2}$ (648) – $v_{min.2}$ (442)] : 6 (tutaq ki, nümunələri 7 variasiya cərgəgəsində paylaşdırmaq istəyirik, onda 7-dən 1 çıxırıq) = 204 : 6 = 34 mm.

Çay sıfının Kiçik Qızılağac körfəzi populyasiyası üçün birinci variasiya cərgəsinin aşağı sərhəddi $v_{min.2}$ (442) – λ : 2 = 442 – 17 = 425, yuxarı sərhəddi isə 425 + λ = 425 + 34 = 459 olacaq. 425 birinci variasiya cərgəsinə aid edilmir, buraya aid edilən rəqəmlər 426, 427, 428 ... 459 rəqəmlərdir. İkinci variasiya cərgəsinə düşən nümunələrin göstəriciləri 460, 461, 462 ... 493 olacaqdır. Sonrakı variasiya cərgələr üçün də sərhədləri bu qayda ilə müəyyən edirik (cədvəl 6.4).

Cədvəl 6.4

Kiçik Qızılağac körfəzində yaşayan çay sıfının standart uzunluğunun orta kvadratik kənarlaşmasının müəyyən edilməsi üçün variasiya cərgələrinin müvafiq göstəriciləri

Variasiya cərgələrinin nömrələri	Variasiya cərgələrinin sərhədləri	Variasiya cərgələrində olan nümunələrin sayı (p)	Şərti kənarlaşma (a)	Şərti kənarlaşmanın kvadratı (a^2)
I	443-472	7	–3	9
II	473-502	3	–2	4
III	503-533	4	–1	1
IV	534-563	10	0	0
V	564-593	4	1	1
VI	594-623	5	2	4
VII	624-653	2	3	9

Kiçik Qızılağac körfəzində yaşayan çay sıfının standart uzunluğu üçün tapdığımız ədədi ortanın qiyməti (565,86) 5-ci variasiya cərgəsinə təsadüf etdiyinə görə onu mərkəzi variasiya cərgəsi kimi götürürük. Modaya da bu variasiya cərdəsi uyğun gəlir.

Misalımıza uyğun olaraq $\sigma = \lambda \cdot \sqrt{b_2 - b_1^2}$ düsturunda b_1 və b_2-ni tapaq:

b_1 = (2 · (-4) + 2 · (-3) + 5 · (-2) + 5 · (-1) + 5 · 1 + 6 · 2) : 35 = -12 : 35 = -0,34 mm

$$b_2 = \frac{\sum p \cdot a^2}{n} = \frac{(2 \cdot 16) + (2 \cdot 9) + (5 \cdot 4) + (5 \cdot 1) + (5 \cdot 1) + (6 \cdot 4)}{35} =$$
1,72 mm

Onda $\sigma_2 = 35 \cdot \sqrt{1,72 - 0,1156} = 42,0$ mm.

Müqayisə etdiyimiz iki su hövzəsində yaşayan çay sıfının standart uzunluğunun orta kvadratik kənarlaşmaları arasındakı fərq D = $\sigma_1 - \sigma_2$ = 61,6 − 42,0 = 19,6 mm. Qeydə aldığımız bu fərqin xətasını $m_D = m_{\sigma_1} - m_{\sigma_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{2n_1} + \frac{\sigma_2^2}{2n_2}}$ düsturuna əsasən müəyyən edək:

$$m_D = \sqrt{\frac{61,6^2}{2 \cdot 35} + \frac{42,0^2}{2 \cdot 35}} = \sqrt{\frac{3794,56}{70} + \frac{1764,0}{70}} = \sqrt{54,208 + 25,2}$$
$$= \sqrt{79,408} = 8,91 \text{ mm}$$

İndi isə orta kvadratik kənarlaşmalar arasındakı fərqin etibarlılıq meyarını tapaq:

$$t_D = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{m_D} = \frac{19,6}{8,91} = 2,20$$

t-Student – azsaylı və çoxsayı nümunələr üçün ehtimalın müxtəlif səviyyələrində t etibarlılıq meyarının P-nin qiymətlərinə uyğunluğu cədvəlindən hesablamalara cəlb etdiyimiz nümunələrin sayına uyğun (n = 35-1 = 34) ehtimal göstəricisi belədir: P = 0,95-ə uyğun t = 2,0; P = 0,99-a uyğun t = 2,7; P = 0,999-a uyğun t = 3,7.

Bizim misala görə fərqin etibarlılıq meyarı P = 0,95-ə uyğun gəlir.

6.6. Assimetriya və eksçes (həddindən artıq dəyişmələr) əmsalları üçün xətanın müəyyən edilməsi

Assimetriya əmsalının (A_s) xətası aşağıdakı düsturla müəyyən edilir:

$$m_{A_s} = \sqrt{\frac{6n(n-1)}{(n-2)(n-1)(n+3)}}$$

Burada:

m_{A_s} – assimetriya əmsalının xətası;

n – nümunələrin sayı.

Çoxsaylı nümunələr üçün assimetriya əmsalının xətası aşağıdakı düsturla tapılır:

$$m_{A_s} = \sqrt{\frac{6}{n}}\ .$$

Asimmetriyanın etibarlılıq meyarı $t_{A_s} = \frac{A_s}{m_{A_s}} \geq 3$ kimi müəyyən olunur.

Eksçes əmsalının (E_x) xətası aşağıdakı düsturla müəyyən edilir:

$$m_{E_x} = \sqrt{\frac{24n\,(n-1)^2}{(n-3)(n-2)(n+3)(n+5)}}$$

Burada:

m_{E_x} – eksçes əmsalının xətası;

n – nümunələrin sayı.

Çoxsaylı nümunələr üçün eksçes əmsalının xətası aşağıdakı düsturla tapılır:

$$m_{E_x} = \sqrt{\frac{24}{n}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 6}{n}} = 2\sqrt{\frac{6}{n}}$$

Yuxarıdakılara əsasən deyə bilərik ki, eksçes əmsalının xətası assimetriya əmsalının xətasından iki dəfə çox olur, yəni $m_{E_x} = 2m_{A_s}$.

Eksçesin etibarlılıq meyarı $t_{E_x} = \frac{E_x}{m_{E_x}} \geq 3$ kimi müəyyən olunur.

7. STATİSTİK ƏLAQƏLƏR VƏ ONLARIN QİYMƏTLƏRİNİN HESABLANMASI METODLARI

7.1. Su canlılarının fərqli xüsusiyyətləri və onlar arasındakı əlaqələr

Su canlılarını digər canlılardan fərqləndirən əsas xüsusiyyətlərdən biri onların hər birinin fərqli xüsusiyyətlərə malik olmalarıdır. Belə ki, bu canlılar yaşa, ölçüyə, kütləyə, müxtəlif fizioloji vəziyyətlərə, qidalanma xüsusiyyətlərinə və s. görə bir-birindən kəskin fərqlənə bilirlər. Çox vaxt eyni növün müxtəlif göstəriciləri arasında müəyyən bir əlaqənin, asılılığın olduğu asanlıqla müşahidə edilir. Məsələn, su canlılarının ölçüsü, həcmi nə qədər böyükdürsə, adətən onların kütləsi də bir o qədər çox olur.

Ən sadə halda, iki dəyişən əlamət arasındakı asılılıq və ya əlaqə həmişə eyni olur. Məsələn, eyni şəraitdə yaşayan eyni növ balıq fərdlərinin yaşı artdıqca, onların kütləsi də artır. Əlamətlər və ya göstəricilər arasındakı bu əlaqə və ya asılılıq funksional asılılıq adlanır. Yəni bir əlamətin göstəricisi müəyyən qədər dəyişdikdə, digər əlamətin göstəricisi də ona uyğun olaraq dəyişir. Belə asılılıq təkcə canlı orqanizmlər arasında deyil, ətraf mühitdə də müşahidə olunur. Məsələn, suyun temperaturu müəyyən dərəcəyə qədər yüksəldikdə molekullar arasındakı rabitələrin uzanması nəticəsində onun həcmi müəyyən qədər artır.

Canlı və cansız aləm arasında müqayisə aparsaq, görərik ki, canlı obyektlər arasındakı əlaqə cansız obyektlərlə müqayisədə nisbətən yumşaqdır. Belə ki, yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi suyun temperaturu artdıqca onun həcminin artması mütləqdir. Lakin balığın yaşı artdıqca onun kütləsinin də yaşa uyğun olaraq eyni qaydada artması qeydə alınmaya bilər. Məsələn, eyni növ balığın kütləsi əlverişli mühit olan su hövzəsində sürətlə artdığı halda, əlverişsiz mühitdə inkişaf etməyə bilir, baxmayaraq ki, onun yaşı artır. Tutaq ki, yem bazası, hidrokimyəvi göstəriciləri yaxşı olan bir su hövzəsində çəki balığı beş ilə 4-5 kq və daha artıq kütləyə çata bilir. Lakin əlverişsiz mühitdə çəki balığının kütləsi beş il ərzində artmayıb, 20-25 q da qala bilər.

Ümumiyyətlə, bir əlamətin göstəricisinə uyğun olaraq digər əlamətin göstəricisinin dəyişməsinə bu əlamətlər arasındakı korrelyasiya (nisbət, asılılıq) deyilir.

7.2. Korelyasiya əlaqələrinin müxtəlif növləri

Korrelyasiya canlı orqanizmin bir əlamətinin göstəricisində qeydə alınan dəyişikliyə uyğun digər əlamətində müəyyən fərqin müşahidə olunmasıdır. Məsələn, balıqların kütlələri ilə onların uzunluqları arasındakı əlaqə onunla ifadə olunur ki, hər bir uzunluq göstəricisinə müəyyən kütlə göstəricisi uyğun gəlir. Yəni balığın uzunluğunun artması ilə onun kütləsi də artır.

Canlı orqanizmlərdə (heyvanlarda və bitkilərdə) gedən bütün proseslər, yəni həm orqanizmin müxtəlif əlamətləri arasındakı qarşılıqlı əlaqələr, həm də xarici mühit amillərinin orqanizmə təsiri bir-birilə bağlıdır. Ona görə də korrelyasiya çoxşaxəlidir və onun hərtərəfli öyrənilməsi tələb olunur.

Müxtəlif əlamətlər və canlı orqanizmlə ətraf mühit arasında olan münasibətləri öyrənməyin ən düzgün yolu, bu əlaqələrin mahiyyətini aşkar etməyə imkan verən bioloji metodlardan istifadə etməklə onları müəyyən etməkdir. Yuxarıda qeyd etdiyimiz bu əlaqələrin çoxsaylı olduğunu, onların bir-birindən kəskin fərqləndiyini, bir sözlə tədqiqat istiqamətlərinin müxtəlifliyini nəzərə alsaq, onda riyazi analiz metodlarından istifadə etməyin vacib olduğunu deyə bilərik. Bunun üçün bir neçə statistik əmsalın müəyyən edilməsi lazımdır ki, onların da hər biri korrelyasiyanın müxtəlif aspektlərini aşkar etməyə imkan verir. Riyazi xüsusiyyətlərinə görə korrelyasiya müxtəlifliyi aşağıdakı kimi ola bilər:

• birbaşa (müsbət) və əks (mənfi) korelyasiya;

• düzxətli və əyrixətti korelyasiya;
• sadə və çoxsaylı korelyasiya;
• kəmiyyət əlamətləri arasındakı korelyasiya;
• keyfiyyət əlamətləri arasındakı korelyasiya.

Bir əlamətin göstəricisinin artması və ya azalması ilə digər əlamətin də göstəricisi artırsa və ya azalırsa, onda belə əlaqə birbaşa korelyasiya adlanır. Məsələn, balığın yaşı artdıqca onun kütləsi də artır. Başqa bir misal, balığın kütləsi artdıqca onun kürü məhsuldarlığı da artır.

Bir əlamətin göstəricinin artması ilə digəri azalırsa, yəni göstəricilər əks istiqamətdə dəyişəcəksə, onda belə əlaqə tərs korelyasiya adlanır. Məsələn, balığın yaşı nə qədər çoxdursa, onun böyümə sürəti bir o qədər aşağı olacaq. Başqa bir misal, dəniz suyunun duzluluğunun azalması, orada yaşayan balıqların parazit və xəstəliklərinin artmasına səbəb olur.

Bir əlamətdə qeydə alınan dəyişikliklərin digər əlamətdə baş verən dəyişikliklərə uyğun olması düzxətli korelyasiya adlanır. Məsələn, balıqlara verilən yemin qida dəyəri nə qədər artırsa, onların böyümə sürəti də bir o qədər artır.

Bir əlamətin göstəricisi artdıqda (və ya azaldıqda), digər əlamətin göstəricisi də ona uyğun olaraq əvvəlcə artıb sonra azalırsa, belə əlaqəyə əyrixətli korelyasiya deyilir. Məsələn, müəyyən yaşa qədər balığın məhsuldarlığı artır, sonra isə azalır. Bu halda əvvəlcə nisbi, sonra isə mütləq məhsuldarlıq az olur. Tutaq ki, çəki balığının 4 yaşlı fərdinin kütləsi 1,5 kq, onun kürülərinin kütləsi 160 q, 7 yaşlı fərdinin kütləsi 6,7 kq, onun kürülərinin kütləsi 960 q, 17 yaşlı fərdinin kütləsi 20,2 kq, onun kürülərinin kütləsi isə 1800 q-dır. Onda yaşlara uyğun olaraq bu balıqların bədən kütləsinə görə nisbi məhsuldarlığı $160 \cdot 100\% : 1500 \approx 10{,}7\%$, $960 \cdot 100\% : 6700 \approx 14{,}3\%$, $1800 \cdot 100\% : 20200 \approx 8{,}9\%$ olacaqdır. Göründüyü kimi çəki balığının nisbi məhsuldarlığı yaş artdıqca əvvəl artır, sonra isə azalır. Başqa bir misal, Vant-Hoff qaydasına görə suda temperaturun hər 10^0C artması balıqlarda maddələr mübadiləsinin sürətinin 2-4 dəfə dəyişməsinə səbəb olur. Tutaq ki, çəki balığı yetişdirilən su hövzəsində suyun temperaturu yazın əvvəllərində 12^0C-dir. Bu su hövzəsində balıqlarda gedən maddələr mübadiləsi zəif olacaqdır. Lakin müəyyən müddətdən sonra temperatur 10^0C qalxaraq 22^0C-yə çatarsa, onda maddələr mübadiləsi tədricən artacaqdır. Suda temperaturun növbəti dəfə 10^0C artması zamanı çəki balıqlarında maddələr mübadiləsinin dəyişməsi fərqli olacaqdır. Belə ki, çəki balıqlarının üçün optimal temperatur 22-27^0C olduğundan bu temperatura kimi maddələr mübadiləsi artacaq, həmin temperaturdan yuxarı temperaturlarda isə azalmağa başlayacaqdır.

Mövcüd olan digər əlaqələr nəzərə alınmadan iki əlamət arasındakı olan əlaqə sadə korelyasiya adlanır. Məsələn, yaş artdıqca balığın kütləsi də artır. Sadə korelyasiya ilə birbaşa korelyasiya bir-birinə müəyyən qədər oxşasalar da, onlar arasında fərq vardır. Birbaşa korelyasiyada yaşdan asılı olaraq kütlənin artması hər bir yaşda necə gedirsə nəzərə alınır. Məsələn, balıq cinsiyyət yetkinliyinə çatanadək onun kütlə artımı sürətlə gedir, kürütökmə dövründə artım sürəti nisbətən azalır, ən yuxarı yaşlarda isə tam zəifləyir. Sadə korelyasiyada isə bunlar nəzərə alınmır, sadəcə yaş artdıqca kütlənin artması əsas götürülür.

Bir neçə göstərici arasında mövcüd olan əlaqə çoxsaylı korelyasiya adlanır. Məsələn, balığın böyümə sürəti onun yaşadığı su hövzəsinin yem bazasından, suyun temperaturundan, duzluluğundan, pH-ından, oksigenin miqdarından və s. asılıdır.

Yuxarıdakı misallardan aydın olur ki, korelyasiya əlaqələri həm kəmiyyət, həm də keyfiyyət əlamətləri arasında ola bilər. Kəmiyyət əlamətləri arasındakı korelyasiya əlaqələrinə canlı orqanizmin özünün müxtəlif əlamətləri arasındakı əlaqələr daxildir. Məsələn, yaşdan asılı olaraq balığın kütləsinin, uzunluğunun, məhsuldarlığının və s. dəyişməsi. Burada yaş da, kütlə də, uzunluq da, məhsuldarlıq da balığa aiddir. Keyfiyyət əlamətləri arasındakı korelyasiya əlaqlərinə isə canlı orqanizmlə ətraf mühit və ya digər canlılar arasındakı əlaqələr aiddir. Məsələn, hər-hansı balıq növünə ətraf mühit amillərinin və ya digər orqanizmlərin təsiri və s.

Yuxarıda qeyd etdik ki, əlamətlər arasında korrelyasiya əlaqələri xətti, qeyri-xətti, müsbət və mənfi ola bilər. Əlamətlər arasındakı korrelyasiya əlaqələrinin təhlilinin vəzifəsi müxtəlif əlamətlər arasında əlaqələrin istiqamətini, formasını, sıxlığını müəyyən etmək və korrelyasiya göstəricilərinin etibarlılığını yoxlamaqdır.

Əlamətlər arasındakı korelyasiya əlaqələrinin istiqamətini və onların konyuqasiya dərəcəsini (bir-birilə üst-üstə düşməsini) xarakterizə etmək üçün aşağıdakı parametrik göstəricilərdən istifadə olunur:

• korrelyasiya əmsalı r (er);

• korrelyasiya nisbəti η (eta).

Əlamətlər arasındakı əlaqəni müəyyən etmək üçün parametrik göstəricilərlə yanaşı aşağıdakı qeyri-parametrik göstəricilərdən də istifadə olunur:

• biserial əlaqə göstəricisi r_b (er be);

• birləşmənin polixorik göstəricisi və ya qarşılıqlı birləşmə əmsalı ρ (ro);

• Yule assosiasiya əmsalı r_{ac} (er as);

• Pirsonun kontingentlər əmsalı r_{KON} (er kon).

Bioloji tədqiqatlar zamanı canlı orqanizmin ikiölçülü göstəriciləri ilə yanaşı, onun çoxölçülü göstəriciləri arasındakı korrelyasiya əlaqələrinin statistik təhlilindən də geniş istifadə olunur. Canlı orqanizmin ikiölçülü göstəricisi dedikdə onun yalnız 2, çoxölçülü göstərici dedikdə isə 2-dən artıq göstəricisi nəzərdə tutulur. İkiölçülü göstəriciyə balığın yaşı ilə onun kütləsi arasındakı əlaqəni misal göstərmək olar. Çoxölçülü göstərici dedikdə isə balığın yaşı ilə onun kütləsi, uzunluğu, məhsuldarlığı və s. əlamətləri arasındakı əlaqə nəzərdə tutulur.

Əgər canlı orqanizmin bir neçə fərqli əlaməti arasındakı əlaqə məlumdursa, onda fərdi və ya porsial (hissəli) korrelyasiya əmsalları müəyyən edilə bilər.

7.3. Korelyasiya əmsalının (*r*) hesablanması

Bu günə qədər tədqiqatçılar tərəfindən çoxlu sayda fərqli korrelyasiya əmsalları təklif edilmişdir. Onlardan ingilis alimləri – Pirson (XIX əsrin 90-cı illərində Karl Pirsonun başçılıq etdiyi britaniyalı alimlər qrupu), Spirmen (1904-cü ildə psixoloq Çarlz Edvard Spirmen) və Kendalın (20-ci əsrin ortalarında ingilis statistik Moris Georq Kendal) hazırladıqları korelyasiya əmsalının hesablanma qaydası əksər tədqiqatçılar tərəfindən qəbul olunmuşdur. Həmin tədqiqatçıların təklif etdikləri korelyasiya əmsalının hesablanmasının ümumi xüsusiyyəti ondan ibarətdir ki, onlar ölçülən iki əlamətin dərəcə və ya metrik (uzunluq) göstəricilərini özündə əks etdirirlər.

Pirson korelyasiya əmsalı ölçülən iki əlamət arasındakı əlaqənin yaxınlığının (sıxlığın) nə qədər olduğunu kəmiyyət şkalasında (rəqəmlərlə) müəyyən etməyə imkan verir. Əlavə hesablamaların köməyi ilə iki əlamət arasında müəyyən edilmiş əlaqənin nə qədər statistik əhəmiyyətli olduğunu da müəyyən etmək olar.

Spirmenin təklif etdiyi dərəcə korrelyasiya əmsalı müqayisə olunan iki əlamətin kəmiyyət göstəriciləri arasındakı əlaqənin yaxınlığını (sıxlığını) müəyyən etmək və qiymətləndirmək üçün istifadə olunur. İki əlamətin göstəricilərinin artma və ya azalma dərəcəsi ilə sıralanan qiymətləri əksər hallarda üst-üstə düşürsə (bir göstəricinin ən böyük qiyməti digərinin ən böyük qiymətinə uyğun olarsa), deməli bu əlamətlər arasında birbaşa korelyasiya əlaqəsi vardır. Əgər iki əlamətin göstəricilərinin qiymətləri yuxarıda qeyd olunduğu kimi üst-üstə düşmürsə, onda bu əlamətlər arasında əks korelyasiya əlaqəsinin olduğunu deyə bilərik.

Kendal korrelyasiya əmsalı əlamətlərin göstəriciləri bir-birindən asılı olmayan iki şkala ilə ifadə olunduqda istifadə olunur. Bu korelyasiya əmsalının hesablanması əlamətlər arasındakı uyğunluqların və dəyişikliklərin (yer dəyişmələrin) sayının müəyyən edilməsi ilə bağlıdır.

Korrelyasiya əmsalı əlamətlər arasındakı düzxəttli və ya düzxəttliyə yaxın olan əlaqənin ölçüsünü (qiymətini) və istiqamətini təyin etməyə imkan verir. Əyrixəttli korelyasiya əlaqəsi zamanı isə əlamətlər arasındakı əlaqənin ölçüsünü və istiqamətini müəyyən etmək mümkün olmur. Korelyasiya əmsalı onluq kəsrlə ifadə olunur və 0-dan ±1-ə qədər qiymətlərə malik olur. Korrelyasiya əmsalının qiyməti 1-ə yaxınlaşdıqca, bu əlamətlər arasındakı əlaqənin sıx olduğunu göstərir. Əlamətlər arasındakı korelyasiya əmsalının 0,7-dən yuxarı olması, onlar arasındakı korelyasiyanın yaxın (sıx) olduğunu göstərir. Korelyasiya əmsalının qiyməti 0,5-0,69 arasında olduqda – orta korelyasiya; 0,31-0,49 arasında olduqda – mülayin (sadə) korelyasiya; 0,21-0,3 arasında olduqda zəif korelyasiya; 0,2-dən aşağı olduqda isə çox zəif korelyasiya adlanır. Korelyasiyanın qiymətinin 0,2-dən az olduğu hallarda əlamətlər arasında əlaqənin olması nəzərə alınmır.

Korrelyasiya əmsalı müxtəlif düsturlara hesablana bilər. Onlardan biri belədir: hər bir əlamətin normallaşdırılmış kənarlaşmasının hasilinin cəminin nümunələrin sayına nisbətinə bərabərdir:

$$r = \frac{\sum[\frac{(v_x - M_{ə.o.x})}{\sigma_x} \cdot \frac{(v_y - M_{ə.o.y})}{\sigma_y}]}{n} \text{ və ya } r = \frac{\sum t_x \cdot t_y}{n}$$

Burada:

r – korelyasiya əmsalı;

$\sum$ – cəm işarəsi;

v – dəyişən əlamətin hər bir nümunənsinin göstəricisi;

$M_{ə.o.}$ – ədədi orta;

σ – orta kvadratik kənarlaşma;
n – nümunələrin sayı;
x və y – əlamətlərdir;
t_x və t_y x və y əlamətlər üçün normallaşdırılmış kənarlaşmalardır.

Korrelyasiya əmsalı düsturunda dəyişən əlamətlərin göstəricilərindən (v), onların orta kvadratik kənarçıxmalarının (σ) hissələri ilə ifadə edilən normallaşdırılmış kənarlaşmalarından ($t_x = \frac{(v_x - M_{ə.o.x})}{\sigma_x}$) istifadə müxtəlif ölçü vahidləri (faizlə və litr, santimetr və kiloqram və s.) ilə ifadə olunan əlamətlər arasındakı əlaqəni hesablamağa imkan verir.

Nümunələrin sayından (çoxsaylı və ya azsaylı), dəyişən əlamətin göstəricilərini ifadə edən nümunələrin qiymətindən (birrəqəmil, çoxrəqəmli və ya kəsrlə ifadə olunmasından) asılı olaraq korrelyasiya əmsalı üçün yuxarıda qeyd etdiyimiz düsturlar dəyişə bilər.

Tutaq ki, azsaylı nümunələr əsasında bir növ canlı orqanizmin iki əlaməti arasındakı korelyasiya əmsalını tapmaq istəyirik və bu əlamətlərdən biri birrəqəmli, digəri isə çoxrəqəmli göstəriciyə malikdir. Belə halda korrelyasiya əmsalının hesablanmaq üçün aşağıdakı düsturdan istifadə olunur:

$r = \frac{\sum x \cdot y - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}}{\sqrt{a_x \cdot a_y}}$, buradan da a_x və a_y aşağıdakı kimi tapılır:

$$a_x = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}$$
$$a_y = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}$$

Burada:
x – birinci əlamətin nümunələrinin göstəriciləri;
y – ikinci əlamətin nümunələrinin göstəriciləri;
n – canlı orqanizmin nümunələrinin sayıdır.

Əlamətlərin ədədi ortasından istifadə etməklə onlar arasındakı korelyasiya əmsalının tapılması tələb olunduqda isə aşağıdakı düsturdan istifadə olunur:

$$r = \frac{\sum x \cdot y - n \cdot M_{ə.o.x} \cdot M_{ə.o.y}}{\sqrt{(\sum x^2 - n \cdot M_{ə.o.x}^2)(\sum y^2 - n \cdot M_{ə.o.y}^2)}}$$

Azsaylı nümunələr üçün yuxarıda qeyd etdiyimiz düsturlardan istifadəyə dair misal göstərək: Tutaq ki, bizim Mingəçevir su anbarından əldə etdiyimiz müxtəlif yaşlı 15 ədəd ($n = 15$) çəki balığının dişi fərdlərinin yaşı ilə onların kürü məhsuldarlığı arasındakı əlaqənin qiymətini və istiqamətini müəyyən etmək istəyirik. Bunun üçün cədvəl formasında hər bir balığın yaşına (x ilə işarə edək, birinci sutun) uyğun onların məhsuldarlıq (y ilə işarə edək, ikinci sutun) göstəricilərini variasiya cərgəsi formasında sutunlar boyu yazaq. Növbəti sutunlarda həmin qiymətlərə uyğun xy hasilini ($x \cdot y$), x və y kvadratlarını (x^2 və y^2) hesablayaq (cədvəl 7.1).

Cədvəl 7.1-dəki rəqəmlərə uyğun olaraq: x, y, $x \cdot y$, x^2 və y^2-nın cəmini ($\sum$) tapaq:

$\sum x = 6 + 5 + 8 + 6 + 7 + 5 + 4 + 6 + 9 + 12 + 5 + 6 + 10 + 8 + 5 = 102$;

$\sum y = 204 + 146 + 316 + 212 + 257 + 98 + 41 + 198 + 421 + 568 + 63 + 154 + 432 + 324 + 123 = 3557$;

$\sum x \cdot y = 1224 + 730 + 2528 + 1272 + 1799 + 490 + 164 + 1188 + 3789 + 6816 + 315 + 924 + 4320 + 2592 + 615 = 28766$;

$\sum x^2 = 36 + 25 + 64 + 36 + 49 + 25 + 16 + 36 + 81 + 144 + 25 + 36 + 100 + 64 + 25 = 762$;

$\sum y^2$= 41616 + 21316 + 99859 + 44944 + 66049 + 9604 + 1681 + 39204 + 177241 + 322624 + 3969 + 23716 + 186624 + 104976 + 15129 = 1158549.

Cədvəl 7.1

Mingəçevir su anbarında çəki balığının yaşına uyğun onun kürü məhsuldarlığının göstəriciləri

x – balığın yaşı, illərlə	y – balığın kürü məhsuldarlığı, min ədədlə	x · y	x^2	y^2
6	204	1224	36	41616
5	146	730	25	21316
8	316	2528	64	99856
6	212	1272	36	44944
7	257	1799	49	66049
5	98	490	25	9604
4	41	164	16	1681
6	198	1188	36	39204
9	421	3789	81	177241
12	568	6816	144	322624
5	63	315	25	3969
6	154	924	36	23716
10	432	4320	100	186624
8	324	2592	64	104976
5	123	615	25	15129

İndi isə $r = \frac{\sum x \cdot y - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}}{\sqrt{a_x \cdot a_y}}$ düsturu üçün a_x və a_y-in qiymətlərini tapaq:

$a_x = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 762 - \frac{102^2}{15} = 762 - \frac{10404}{15} = 762 - 693{,}6 = 68{,}4;$

$a_y = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} = 1158549 - \frac{3557^2}{15} = 1158549 - \frac{12652249}{15} = 1158549 - 843483{,}27 = 315065{,}73.$

İndi isə $r = \frac{\sum x \cdot y - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}}{\sqrt{a_x \cdot a_y}}$ düsturuna əsasən misalımıza uyğun olaraq çəki balığının yaşı ilə onun kürü məhsuldarlığı arasındakı korelyasiya əmsalını tapaq:

$$r = \frac{\sum x \cdot y - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}}{\sqrt{a_x \cdot a_y}} = \frac{28766 - \frac{102 \cdot 3557}{15}}{\sqrt{68{,}4 \cdot 315065{,}73}} = \frac{28766 - \frac{362814}{15}}{\sqrt{21550475{,}41}} = \frac{28766 - 24187{,}6}{4642{,}25} = \frac{4578{,}4}{4642{,}25} = +0{,}99.$$

$\sum x \cdot y - \frac{\sum x \cdot \sum y}{n}$ ifadəsinin qiyməti mənfi də ola bilər. Belə olan halda korelyasiya əmsalının qiyməti mənfi olur ki, bu da müqayisə olunan əlamətlər arasındakı əlaqənin tərs olduğunu göstərir. Yəni bir əlamətin qiyməti artdıqca, digərinki azalır, yaxud əksinə.

Beləliklə, bizim misala görə çəki balığının yaşı ilə onun məhsuldarlığı arasındakı korelyasiya əlaqəsi sıxdır (korelyasiya əmsalının qiyməti 1-ə yaxındır) və müsbətdir, yəni dişi fərdlərin yaşı nə qədər artırsa, onun kürü məhsuldarlığı da bir o qədər çox olur.

İndi isə yuxarıdakı misalımıza uyğun olaraq $r = \frac{\sum x \cdot y - n \cdot M_{ə.o.x} \cdot M_{ə.o.y}}{\sqrt{(\sum x^2 - n \cdot M^2_{ə.o.x})(\sum y^2 - n \cdot M^2_{ə.o.y})}}$ düsturuna əsasən (əlamətin ədədi ortasına görə) çəki balığının yaşı ilə onun məhsuldarlığı arasındakı korelyasiya asılılığını tapaq. Bu düsturda tələb olunan $\sum x^2$, $\sum y^2$ və $\sum x \cdot y$ ifadələrinin qiymətini artıq tapmışıq. Həmin düsturda bizə məlum olmayan $M_{ə.o.x}$ və $M_{ə.o.y}$ ifadələrini və onların kvadratlarının ($M^2_{ə.o.x}$ və $M^2_{ə.o.y}$) qiymətlərini tapaq:

$$M_{ə.o.x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{102}{15} = 6{,}8 \text{ (il)};$$
$$M_{ə.o.y} = \frac{\sum y}{n} = \frac{3557}{15} = 237{,}13 \text{ (min ədəd)};$$

$M^2_{ə.o.x} = 6{,}8^2 = 46{,}24$ (il);
$M^2_{ə.o.y} = 237{,}13^2 = 56230{,}64$ (min ədəd)

Aldığımız qiymətləri yuxarıdakı düsturda yerinə yazmaqla misalımıza uyğun çəki balığının yuxarıda qeyd etdiyimiz iki əlaməti arasındakı əlaqənin (korelyasiya əmsalını) qiymətini tapaq:

$$r = \frac{\sum x \cdot y - n \cdot M_{ə.o.x} \cdot M_{ə.o.y}}{\sqrt{(\sum x^2 - n \cdot M^2_{ə.o.x})(\sum y^2 - n \cdot M^2_{ə.o.y})}} = \frac{28766 - 15 \cdot 6{,}8 \cdot 237{,}13}{\sqrt{(762 - 15 \cdot 46{,}24)(1158549 - 15 \cdot 56230{,}64)}} = \frac{28766 - 24187{,}26}{\sqrt{(762 - 693{,}6)(1158549 - 843459{,}6)}} = \frac{4578{,}74}{\sqrt{21552114{,}96}} = 0{,}99$$

Beləliklə, yuxarıdakı hər iki düstura əsasən misalımız üçün hesabladığımız korrelyasiya əmsalının qiyməti eynidir.

Çoxsaylı nümunələr üçün korelyasiya əmsalı aşağıdakı düsturla hesablanır

$$r = \frac{\sum p \cdot a_x \cdot a_y - n \cdot b_x \cdot b_y}{n \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y}.$$

Burada:
r – korelyasiya əmsalı;
$\sum$ – cəm işarəsi;
b – orta kənaraçıxma;
σ – orta kvadratik kənarlaşma;
n – nümunələrin sayı;
x və y – əlamətlərdir.

Çoxsaylı nümunələri emal etmək üçün hər iki korrelyasiya əlamətinə uyğun olaraq variasiya cərgələrində olan nümunələri (p) birləşdirən korrelyasiya şəbəkəsi qurulur. Şəbəkədə hər bir əlamətin göstəricilərinin dəyişməsinə dair məlumatlar ayrı-ayrı variasiya cərgələrində toplanır. Bir əlamətin göstəricilərini əks etdirən nümunələr üfüqi, digərinki isə şaquli variasiya cərgələrində qeyd olunur. Əlamətin şaquli variasiya cərgəsinə düşən hər bir nümunəsinin göstəricisinə uyğun üfüqi variasiya cərgəsindəki qiyməti tapılır. Bu qayda ilə nümunələrin göstəricilərinə uyğun variasiya cərgələri üzrə paylanması müəyyən edilir. Bundan sonra hər bir əlamət üçün müvafiq hissədə (üfüqi cərgə üçün solda, şaquli sütuna düşən nümünələr üçün isə aşağıda) variasiya cərgəsinə düşən nümunələrin sayı (p), şərti kənarlaşma (a), şərti kənarlaşmanın kvadratı (a^2) və onların hasilləri (pa və pa^2) yazılır.

Çoxsaylı nümunələr (n=35) əsasında Xəzər dənizindən ovlanan qızılı kefalın uzunluğu (x ilə işarə edək) və kütlə (y ilə işarə edək) göstəriciləri arasındakı korelyasiya asılılığını müəyyən edək. Misalımıza dair məlumatların aydın başa düşülməsi üçün onları cədvəl şəklində verək (cədvəl 7.2).

Cədvəl 7.2

Xəzər dənizindən ovlanmış qızılı kefalın uzunluq (mm-lə) və kütlə (q-la) göstəriciləri

x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
354	587	**367**	598	**314**	497	**216**	241	**298**	329
371	615	**254**	218	**204**	198	**257**	292	**315**	362
268	315	**351**	624	**296**	302	**213**	268	**296**	328
312	395	**217**	202	**382**	669	**350**	584	**185**	248
258	253	**342**	512	**325**	426	**395**	696	**367**	502
227	201	**268**	254	**294**	349	**367**	421	**335**	387
312	370	**354**	612	**337**	396	**221**	237	**212**	194

Cədvəl 7.2-dəki məlumatların emalına başlayaq. İlk olaraq qızılı kefalın müqayisə olunan hər bir əlaməti üçün ən kiçik və ən böyük göstəriciləri tapaq:

x_{min} = 185 mm;

x_{max} = 395 mm;
y_{min} = 194 q;
y_{max} = 696 q.

Hər bir əlamət üçün limitin (tərəddüdün) dəyişməsini müəyyən edək:

$lim_x = 395 – 185 = 210$ mm,

$lim_y = 696 – 194 = 502$ q.

Hər bir əlamət üçün quracağımız variasiya cərgələri arasındakı intervalı (λ) tapaq. Tutaq ki, hər bir əlamət üçün 7 variasiya cərgəsi qurmaq istəyirik, onda λ-nın qiymətləri aşağıdakı kimi olacaq:

$$\lambda_x = \frac{210}{7} = 30 \text{ mm}$$

$$\lambda_y = \frac{502}{7} = 71{,}7 \approx 72 \text{ q}$$

x əlaməti üçün birinci variasiya cərgəsinin sərhədlərini tapaq. Bunun üçün həmin əlamətin ən kiçik göstəricisindən (185-dən) variasiya cərgələri arasındakı fərqin (λ_x) yarısını (15) çıxmaqla aşağı sərhəddi tapırıq – 185-15=170. Bu variasiya cərgəsinin yuxarı sərhəddi 170+30=200-dır. Deməli birinci variasiya cərgəsinin ilk göstəricisi 171, son göstəricisi isə 200 olacaq. Birinci variasiya cərgəsinin yuxarı sərhəddinin üzərinə λ_x-i (30) gəlməklə ikinci variasiya cərgəsinin yuxarı sərhəddini 200+30=230 tapırıq. Bu qayda ilə digər variasiya cərgələrinin də sərhədlərini müəyyən edib və korelyasiya şəbəkəsində birinci şaquli sütunda yazırıq.

y əlaməti üçün də variasiya cərgələrinin sərhədlərini yuxarıdakı qayda ilə tapıb korelyasiya şəbəkəsinin birinci üfüqi sırasında qeyd edirik (cədvəl 7.3).

Cədvəl 7.3

Xəzər dənizindən ovlanmış qızılı kefalın uzunluq və kütlə göstəriciləri arasındakı əlaqə üçün qurulmuş şəbəkə

x \ y	159-230	231-302	303-374	375-446	447-518	519-590	591-662	663-734	p_y	a_y	a_y^2	$p_y a_y$	$p_y^2 a_y^2$
	I kvadrat			II kvadrat									
171-200		1							1	-4	16	-4	16
201-230	4	3							7	-3	9	-21	63
231-260	1	2							3	-2	4	-6	12
261-290		1	1						2	-1	1	-3	2
291-320		1	5	1	1				8	0	0	0	0
	III kvadrat			IV kvadrat									
321-350				2	1	1			4	1	1	4	4
351-380				1	1	2	4		8	2	4	16	32
381-410								2	2	3	9	6	18
p_x	5	8	6	4	3	3	4	2	n=35			$\sum p_y a_y = -8$	$\sum p_y^2 a_y^2 = 147$
a_x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	x \ y				
a_x^2	4	1	0	1	4	9	16	25					
$p_x a_x$	-10	-8	0	4	6	9	16	10	$\sum p_x a_x = 27$			x \ y	
$p_x^2 a_x^2$	20	8	0	4	12	27	64	50	$\sum p_x^2 a_x^2 = 185$				

Burada p_x və p_y sütun və sıra boyu rast gəlinən nümunələrin sayıdır. Hər iki variasiya cərgəsi üzrə rast gələnən nümunələrin sayının ən çox qeydə alındığı qrafanı mərkəz kimi götürürük. Mərkəzi qrafadan həm üfüqi, həm də şaquli istiqamət üzrə hər iki tərəfdə olan qrafalar sərhədd kimi qəbul edilir. Bu sərhədlər korelyasiya şəbəkəsini 4 hissəyə, yəni 4 kvadrata bölür və onların 1, 2, 3, 4 kimi nömrələyirik. y əlamətinin mərkəzi sütundan soldakı nümunələri ədədi ortadan kiçik olduğuna görə onlar mənfidir, sağdakılar isə böyükdür və onlar isə müsbətdir. x əlamətinin mərkəzi sütundan yuxarıdakı nümunələri ədədi ortadan kiçikdir və onlar mənfidir, aşağıdakılar isə böyükdür, yəni müsbətdir.

Karelyasiya əmsalının hesablanması üçün yuxarıda qeyd etdiyimiz $r = \frac{\sum p \cdot a_x \cdot a_y - n \cdot b_x \cdot b_y}{n \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y}$ düsturuna əsasən hər iki əlamət üzrə orta kvadratik kənarlaşmaları (σ_x və σ_y) və orta kənaraçıxmanı (b) tapmaq lazımdır. Çoxsaylı nümunələr üçün orta kvadratik kənaraçıxma $\sigma = \lambda \cdot \sqrt{b_2 - b_1^2}$ düsturu ilə tapılır. Hər iki əlamət üçün λ bizə məlumdur. Yuxarıda qeyd etmişik ki, orta kənaraçıxma (b) həmişə birqat orta kənaraçıxmaya (b_1) bərabər olur. Birqat orta və kvadrat orta kənaraçıxmaları (b_1 və b_2) yuxarıdakı korelyasiya şəbəkəsinə əsasən tapaq:

$$b_{1x} = \frac{\sum p_x a_x}{n} = \frac{27}{35} = 0{,}77;$$
$$b_{1y} = \frac{\sum p_y a_y}{n} = \frac{-8}{35} = -\,0{,}23;$$
$$b_{2x} = \frac{\sum p_x^2 a_x^2}{n} = \frac{185}{35} = 5{,}29;$$
$$b_{2y} = \frac{\sum p_y^2 a_y^2}{n} = \frac{147}{35} = 4{,}20.$$

Misalımıza uyğun hər iki əlamət üçün orta kvadratik kənarlaşmanı hesablayaq. Nəzərə almaq lazımdır ki, korrelyasiya əmsalı düsturu üçün orta kvadratik kənarlaşma hesablanan zaman $\sigma = \lambda \cdot \sqrt{b_2 - b_1^2}$ düsturunda λ nəzərə alınmır. Yəni hesablama aşağıdakı kimi aparılacaqdır:

$$\sigma_x = \sqrt{b_{2x} - b_{1x}^2} = \sqrt{5{,}29 - 0{,}77_{1x}^2} = 2{,}17 \text{ mm};$$
$$\sigma_y = \sqrt{b_{2y} - b_{1y}^2} = \sqrt{4{,}20 - (-0{,}23)_{1x}^2} = 2{,}04 \text{ q.}$$

Korrelyasiya əmsalının hesablanması düsturuna əsasən $\sum p \cdot {}_x \cdot a_y$ ifadəsini hesablamaq lazımdır. Bu ifadənin qiymətini tapmaq üçün yuxarıdakı korelyasiya şəbəkəsinin hər bir xanasına düşən nümunələrin sayını (p-ni) a_x və a_y-in şərti kənarlaşmasına vurmaq lazımdır. Hesablama zamanı mərkəzi xanalardakı (rənglənmiş hissələrdəki) rəqəmlər nəzərə alınmır, yəni yalnız 1, 2, 3 və 4-cü kvadratlardakı rəqəmlər hesablamalara cəlb olunur. Bizim misala uyğun tərtib etdiyimiz korelyasiya şəbəkəsində ikinci və üçüncü kvadratlarda nümunələr olmadığına görə biz birinci və dördüncü kvadratlar üçün $\sum p \cdot a_x \cdot a_y$ ifadəsini hesablayacağıq.

İndi isə birinci və dördüncü kvadratların hər bir üfüqi sıradakı qrafalarına düşən nümunələrə (p-lər) uyğun $p \cdot a_x \cdot a_y$-nın qiymətini müəyyən edək:

I kvadrat

1-ci sırada: 1 · (– 2) · (– 4) = 8;
2-ci sırada: 4 · (– 2) · (– 3) = 24;
3 · (– 1) · (– 3) = 9;
3-cü sırada: 1 · (– 2) · (– 2) = 4;
2 · (– 1) · (– 2) = 4;
4-cü sırada: 1 · (– 1) · (– 1) = 1.

Buradan da $\sum p \cdot a_x \cdot a_y = 8 + 24 + 9 + 4 + 4 + 1 = 50$ olacaq.

II kvadrat

$\sum p \cdot a_x \cdot a_y = 0.$

III kvadrat

$\sum p \cdot a_x \cdot a_y = 0.$

VI kvadrat

6-cı sırada: $2 \cdot 1 \cdot 1 = 2;$
$1 \cdot 2 \cdot 1 = 2;$
$1 \cdot 3 \cdot 1 = 3;$

7-ci sırada: $1 \cdot 1 \cdot 2 = 2;$
$1 \cdot 2 \cdot 2 = 4;$
$2 \cdot 3 \cdot 2 = 12;$
$4 \cdot 4 \cdot 2 = 32;$

8-ci sırada: $2 \cdot 5 \cdot 3 = 30.$

Buradan da $\sum p \cdot a_x \cdot a_y = 2 + 2 + 3 + 3 + 4 + 12 + 32 + 30 = 88$ olacaq.

Dörd kvadrat üzrə $\sum p \cdot a_x \cdot a_y$ ifadəsinin qiyməti $\sum p \cdot a_x \cdot a_y = 50 + 0 + 0 + 88 = 138$ olar.

Qeyd edək ki, nümunələr 1 və 4-cü kvadratlar üzrə paylandıqda $\sum p \cdot a_x \cdot a_y$ ifadəsinin qiyməti həmişə müsbət, 2 və 3 kvadratları üzrə paylandıqda isə mənfi olur.

İndi isə $r = \frac{\sum p \cdot a_x \cdot a_y - n \cdot b_x \cdot b_y}{n \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y}$ düsturuna əsasən bizim misal üçün korelyasiya əmsalını hesablayaq:

$$r = \frac{138 - 35 \cdot 0{,}77 \cdot (-0{,}23)}{35 \cdot 2{,}17 \cdot 2{,}04} = \frac{144{,}1985}{154{,}938} = 0{,}93.$$

Deməli, bizim misala görə Xəzər dənizindən ovlanmış qızılı kefalın uzunluq və kütlə göstəriciləri arasındakı korelyasiya əlaqəsi müsbətdir və yüksəkdir. Yəni uzunluq artdıqca kütlə də artır.

Şəbəkə boyunca nümunələrin paylanmasına görə də əlamətlər arasındakı korelyasiya əmsalı haqqında müəyyən fikir yürütmək olar. Belə ki, nümunələr şəbəkənin yuxarı sol küncündən aşağı sağ küncünə doğru dioqnal boyu ona yaxın yerləşərsə, onda korrelyasiya əmsalının qiyməti yüksək və müsbət olacaqdır. Əgər nümunələrin şəbəkə boyu paylanması digər dioqnal istiqamətində daha çox səpələnibsə, onda korelyasiya əmsalının qiyməti aşağı və mənfi olacaq. Deməli nümunələr diaqonala nə qədər yaxın yerləşirsə bu korelyasiya əmsalının yüksək olmasına səbəb olur. Şəbəkə üzrə nümunələr təxminən bütün kvadratlar üçün bərabər paylanıbsa, onda korelyasiya əlaqəsi çox aşağı və ya etibarsız olacaqdır. Əgər nümunələrin kvadratlar üzrə qövsvari və ya aypara formasında paylanıbsa, onda korelyasiya əlaqəsi əyrixətli tipə malik olacaq və belə hallarda korrelyasiya əmsalını hesablamaq məsləhət deyil.

7.4. Korrelyasiya əmsalının xətasının (m_r) hesablanması

Korrelyasiya əlaqəsinin yüksək olduğu çoxsaylı nümunələr (n≥100) üçün korelyasiya əmsalının xətası aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$m_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n - 1}}$$

Burada:

r – dəyişən əlamətin göstəricilərini əks etdirən nümunələrin sayının 100-dən çox olduğu hallar üçün (n ≥ 100) korrelyasiya əmsalı;

n – nümunələrin sayı.

Əgər dəyişən əlamətin göstəricilərini əks etdirən nümunələrin sayı 100-dən azdırsa (n < 100), onda korrelyasiya əmsalının variasiya cərgələri üzrə paylanması normadan kənara çıxır və yuxarıdakı düstura əsasən onun xətasının hesablanması doğru deyil. Ona görə də, kiçik nümunələr üçün korrelyasiya əmsalının xətası aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$m_r = \sqrt{\frac{1 - r^2}{n - 2}}.$$

Korelyasiya əmsalının etibarlılıq meyarı isə aşağıdakı düsturla müəyyən edilir:

$$t_r = \frac{r}{m_r}$$

Yuxarıda azsaylı nümunələr əsasında Mingəçevir su anbarında yaşayan çəki balığının yaşından asılı olaraq onun kürü məhsuldarlığının göstəriciləri arasındakı əlaqəya dair misalımıza uyğun korelyasiya əmsalının xətasını hesablayaq: $m_r = \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{1-0{,}99^2}{15-2}} = \sqrt{\frac{0{,}0199}{13}} = 0{,}01$. Buradan da $t_r = \frac{r}{m_r} = \frac{0{,}99}{0{,}01} = 99$.

Göründüyü kimi bu əlamətlər üzrə etibarlılıq meyarının qiyməti çox yüksəkdir.

7.5. Korrelyasiya nisbətinin (η) qiymətləndirilməsi

Yuxarıda izah etdiyimiz korrelyasiya əmsalı yalnız dəyişənlər arasında xətti əlaqə olduğu halda onlar arasındakı əlaqənin sıxlığını göstərir. Lakin çox vaxt korrelyasiyanın istənilən forması üçün əlamətlər arasındakı əlaqənin intensivliyinin etibarlılığını öyrənmək tələb olunur. Ona görə də iki əlamət arasında xətti və ya qeyri-xətti əlaqə olduğu halda, bu əlaqənin sıxlığını ölçmək üçün korrelyasiya nisbətindən istifadə olunur. Deməli korelyasiya nisbəti iki əlamət arasındakı əlaqənin nisbətidir.

Empirik və nəzəri korrelyasiyalar bir-birindən fərqlənirlər. Nəzəri korelyasiya və ya korrelyasiya indeksi əlamətlər arasındakı hər hansı bir əlaqə forması üçün əlaqənin sıxlığını xarakterizə edir. Empirik korelyasiyalar isə müxtəlif əlamətlərin göstəricilərinə dair qruplaşdırılmış məlumatlara görə hesablanır.

Korrelyasiya nisbətinin qiyməti 0-dan 1-ə qədər dəyişir. Onun sıfıra yaxın olması əlaqənin olmamasını, birə yaxın olması isə əlaqənin ən çox olduğunu göstərir.

Nəzəri korrelyasiya əlaqəsini qiymətləndirmək üçün Çeddok şkalasından istifadə olunur (cədvəl 7.4).

Cədvəl 7.4

Nəzəri korrelyasiya əlaqəsini qiymətləndirmək üçün Çeddok şkalası

Əlaqənin qiyməti	Əlaqənin xarakteri	Əlaqənin qiyməti	Əlaqənin xarakteri
$\eta = 0$	Yoxdur	$0,5 \leq \eta < 0,7$	Gözə çarpandır
$0 < \eta < 0,2$	Çox zəifdir	$0,7 \leq \eta < 0,9$	Sıxdır
$0,2 \leq \eta < 0,3$	Zəifdir	$0,9 \leq \eta < 1$	Çox sıxdır
$0,3 \leq \eta < 0,5$	Ortadır	$\eta = 1$	Funksionaldlr

Xətti korelyasiya əlaqələri üçün nəzəri korrelyasiya nisbəti xətti korrelyasiya əmsalı ilə eyni qiymətə malik olur: $\eta = r$

Çoxsaylı nümunələr üçün korrelyasiya nisbətinin əsas xüsusiyyətləri aşağıdakı kimidir:

• korrelyasiya nisbətinin qiyməti müsbətdir, sıfırla bir arasında dəyişir – $0 < \eta < 1$;

• $\eta = 0$ olarsa, korrelyasiya yoxdur;

• $\eta = 1$ olarsa, onda dəyişənlər arasında funksional asılılıq var, yəni əlamətlərdən birinin göstəricisi nə qədər artırsa digərinin də göstəricisi ona uyğun şəkildə artır;

• İki dəyişən əlamətin korrelyasiya əmsallarının bərabər $r_{xy} = r_{yx}$, lakin onların korrelyasiya nisbətlərinin fərqli $\eta_{yx} \neq \eta_{xy}$ olduğu hallarda, bu əlamətlərdən hansının dəyişənin müstəqil, hansının isə digərindən asılı olmasını nəzərə almaq vacibdir.

Korrelyasiya nisbəti qruplararası variasiyanın ümumi dispersiyaya olan nisbəti ilə müəyyən edilir. “Dispersiya təhlili” bölməsində korelyasiya nisbətinin hesablanması haqqında məlumat verilir (VIII bölmə).

7.6. Bisserial əlaqə göstəricisinin (r_b) hesablanması

Bisseral əlaqə göstəricisi r_b bir əlamətin kəmiyyətlə, digərinin isə keyfiyyətlə ifadə edildiyi və alternativ ifadəyə malik olduğu hallarda istifadə olunur. Bisseral korelyasiya əmsalları mənfi birlə müsbət bir (-1-lə +1) arasında dəyişir. İstisna hal kimi qeyd etmək lazımdır ki, təhlillər apararkən bisseral korelyasiya əmsalının qiymətinin mənfi və ya müsbət olması heç bir əhəmiyyət daşımır.

Bisseral korelyasiya əlaqəsi aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$r_b = \frac{\frac{\sum p_+ \cdot a}{n_+} - \frac{\sum p_1 \cdot a}{n}}{\sqrt{\frac{\alpha}{n_+} - \frac{\alpha}{n}}}$$

buradan,

$$\alpha = \sum p_1 \cdot a^2 - \frac{(\sum p_1 \cdot a)^2}{n}$$

Burada:

p_+ – alternativ əlamətlərdən birinin hər bir variasiya cərgəsinə düşən bütün nümunələrin sayı;

p_1 – hər iki əlamət üzrə ayrı-ayrı variasiya cərgəsinə düşən bütün nümunələrin sayı;

n – hər iki əlamət üzrə nümunələrin ümumi sayı;

n_+ – alternativ əlamətlərdən birinin bütün nümunələrin sayı;

α – variasiya cərgələri üçün σ-nın qiymətinə uyğun göstərici;

a – kəmiyyət əlamətinin nümunələri üçün şərti kənarlaşma.

r_b-ni hesablamaq üçün adi şəkildə korrelyasiya şəbəkəsi qurulur. Qurulmuş korelyasiya şəbəkəsində həm alternativ əlamət (+ və -), həm də kəmiyyət əlaməti üçün iki sinif olacaq. Nümunələrə dair məlumatlar adi şəkildə qəfəs şəbəkəsində yerləşdirilir. Şəbəkədə mərkəzi variasiya çərgəsi kimi kəmiyyət əlamətinin ədədi ortasına yaxın olan variasiya cərgəsi seçilir.

Misal: 4 yaşlı Xəzər külməsinin dəniz və şirinsu (Mingəçevir su anbarında yaşayan) populyasiyalarının ümumi bədən uzunluqları (mm) arasındakı əlaqəni müəyyən edək:

Dəniz populyasiyası: 303; 334; 322; 319; 314; 308; 323; 279; 331; 268; 305; 282; 313; 306; 278; 279; 285; 329; 270; 336; 321; 328; 330; 314; 266; 315; 332; 344; 300; 281; 297; 288.

Şirinsu populyasiyası: 303; 281; 261; 306; 276; 289; 302; 269; 277; 254; 311; 287; 283; 268; 259; 264; 262; 272; 255; 279; 282; 303; 305; 293; 304; 267; 260; 298; 284; 300; 269; 280.

Hər iki populyasiya üçün bir variasiya cərgəsi quracağıq. Ona görə də adi qaydada variasiya cərgəsini qurub nümunələrə dair məlumatları ora yerləşdiririk. Hər iki populyasiyada uzunluq göstəricisinin ən böyuk qiyməti 344 mm, ən kiçik qiyməti isə 254 mm-dir. Bu iki göstərici arasındakı fərqi (344–254=90) quracağımız cərgələrin sayından bir vahid kiçik rəqəmə bölüb cərgələr arasındakı fərqi (λ-nı) tapırıq. Tutaq ki, bütün nümunələri 10 cərgədə paylamaq istəyirik, onda ən böyük və ən kiçik göstəricilər arasındakı fərqi (90) 9-a bölüb λ-nın qiymərini tapırıq: λ=90:9=10.

İndi isə birinci variasiya cərgəsinin sərhədlərini müəyyən edək: 254-5=249. Birinci variasiya cərgəsinin ilk rəqəmi 250, son rəqəmi isə 259 olacaqdır. İkinci variasiya cərgəsi 260-lə başlayıb 269 ilə qurtaracaq. Bu qaydada digər variasiya cərgələrinin də sərhədlərini tapıb onlara hər bir populyasiyaya dair məlumatları qeyd edirik (cədvəl 7.5).

Cədvəl .7.5

Xəzər külməsinin dəniz və şirin su populyasiyalarının ümumi bədən uzunluqları arasındakı əlaqəyə dair qurulmuş şəbəkə

Göstəricilə	Ümumi bədən uzunluğu (mm)										Cəmlər
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	250-259	260-269	270-279	280-289	290-299	300-309	310-319	320-329	330-339	340-349	
Dəniz popul. (p_+)	0	2	4	4	1	5	5	5	5	1	n_+=32
Şirinsu popul. (p_-)	3	8	4	7	2	7	1	0	0	0	n_-=32
p_1	3	10	8	11	3	12	6	5	5	1	n=64
a	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	-
a^2	25	16	9	4	1	0	1	4	9	16	-
$p_+ \cdot a$	0	-8	-12	-8	-1	0	5	10	15	4	$\sum p_+ \cdot a = 5$
$p_1 \cdot a$	-15	-40	-24	-22	-3	0	6	10	15	4	$\sum p_1 \cdot a = -69$
$p_1 \cdot a^2$	75	160	72	44	3	0	6	20	45	16	$\sum p_1 \cdot a^2 = 441$

Dəniz populyasiyasının (burada kəmiyyət əlamətidir) ədədi ortası 306,25 olduğundan, qurduğumuz şəbəkədə ona uyğun olan altıncı variasiya cərgəsini mərkəzi variasiya cərgəsi kimi götürürük və yuxarıda bisseral korelyasiya əlaqəsi üçün təklif etdiyimiz düsturda tələb olunan ifadələrin qiymətini yerinə yazırıq. Şəbəkədəki məlumatlara əsasən α-nı tapırıq:

$$\alpha = \sum p_1 \cdot a^2 - \frac{(\sum p_1 \cdot a)^2}{64} = 441 - \frac{(-69)^2}{64} = 441 - 74{,}39 = 366{,}61.$$

Aldığımız qiymətləri biserial korelyasiya əlaqəsi düsturda yerinə yazırıq:

$$r_b = \frac{\frac{\sum p_+ \cdot a}{n_+} - \frac{\sum p_1 \cdot a}{n}}{\sqrt{\frac{\alpha}{n_+} - \frac{\alpha}{n}}} = \frac{\frac{5}{32} - \frac{(-69)}{64}}{\sqrt{\frac{366,61}{32} - \frac{366,61}{64}}} = \frac{0,16 + 1,08}{\sqrt{11,46 - 5,73}} = \frac{1,24}{2,39} = 0,52$$

Beləliklə, hesablamalarımıza əsasən 4 yaşlı Xəzər külməsinin dəniz və şirin su populyasiyalarının ümumi bədən uzunluqları arasında əlaqə mövcüddür və bu əlaqə (r_b=0,52) Çeddok şkalasına əsasən (cədvəl 7.5) orta səviyyə uyğundur.

7.7. Polixorik əlaqə əmsalının (ρ) hesablanması

Praktikada bioloji tədqiqatlar zamanı əldə edilən nəticələrin ədədlə ifadə edilməsinin mümkün olmadığı (rəng, işıqlanmanın intensivliyi, inkişaf vəziyyəti və s.) hallar da olur. Kəmiyyət (rəqəmlərlə ifadə olunan əlamətlər) və keyfiyyət əlamətləri arasındakı korelyasiya əlaqəsinə polixorik əlaqə deyilir. Polixorik əlaqənin əmsalı ρ ilə işarə olunur və onun qiymətinin tapılması üçün K. Pirson və A.A. Çuprov aşağıdakı düsturu təklif etmişlər:

$$\rho = K_ç = \sqrt{\frac{\varphi^2}{(n_x - 1) \cdot (n_y - 1)}}$$

Burada:

ρ və ya $K_ç$ – polixorik əlaqə və ya Çuprovun qarşılıqlı konyuqasiya (birləşmə) əmsalı;

n_x – cədvəlin sətirləri boyu nümunələrin ümumi sayı;

n_y – cədvəlin sütunları boyu nümunələrin ümumi sayı;

φ^2 – qarşılıqlı gözlənilməzlik indeksi.

Qarşılıqlı gözlənilməzlik indeksi aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$\varphi^2 = \sum \frac{n_{xy}^2}{n_x \cdot n_y} - 1$$

Burada:

n_{xy} – cədvəlin n_x və n_y xanalarının kəsişməsində olan rəqəmlərdir.

Bir misal üzərində polixorik əlaqəni izah edək. Tutaq ki, çapaq balığının kürüləri ilə onların yağlılığı arasındakı polixorik əlaqənin müəyyən edilməsi tələb olunur və bizdə olan kürü nümunələrin göstəriciləri belədir: 125 ədəd iri ölçülü kürüdən 81-i yağlı, 35-i orta yağlı, 9-u yağsız; 119 ədəd orta ölçülü kürüdən 34-ü yağlı, 67-si orta yağlı, 18-i yağsız; 75 ədəd xırda ölçülü kürüdən 15-i yağlı, 16-sı orta yağlı, 44-ü yağsızdır. Məlumatları asan təhlil etmək üçün onları cədvəl formasına salaq (cədvəl 7.6).

Cədvəl 7.6

Çapaq balığının kürülərinin ölçüsü ilə onların yağlılığı arasındakı əlaqə

Kürülərin ölçüsü	Kürülərin yağlılığı			Cəmi (n_x)
	Yağlı	Ortayağlı	Yağsız	
İri	81	35	9	125
Orta	34	67	18	119
Xırda	15	16	44	75
Cəmi (n_y)	130	118	71	319

Cədvəl 7.6-dakı məlumatlara uyğun qarşılıqlı gözlənilməzlik indeksi düsturundan istifadə etməklə çapağın kürülərinin ölçüsü ilə onların yağlılığı arasındakı əlaqənin qarşılıqlı gözlənilməzlik indeksini tapaq:

$$\varphi^2 = \sum\frac{n_{xy}^2}{n_x \cdot n_y} - 1 = \left(\frac{81^2}{125\cdot130} + \frac{35^2}{125\cdot118} + \frac{9^2}{125\cdot71} + \frac{34^2}{119\cdot130} + \frac{67^2}{119\cdot118} + \frac{18^2}{119\cdot71} + \frac{15^2}{75\cdot130} + \frac{16^2}{75\cdot118} + \frac{44^2}{75\cdot71}\right) - 1 = \left(\frac{6561}{16250} + \frac{1225}{14750} + \frac{81}{8875} + \frac{1156}{15470} + \frac{4489}{14042} + \frac{324}{8449} + \frac{225}{9750} + \frac{256}{8850} + \frac{1936}{5325}\right) - 1 = (0{,}40 + 0{,}08 + 0{,}01 + 0{,}07 + 0{,}32 + 0{,}04 + 0{,}02 + 0{,}03 + 0{,}36) - 1 = 1{,}33 - 1 = 0{,}33$$

φ^2 üçün tapdığımız ədədi Karl Pirson və Çuprovun qarşılıqlı konyuqasiya əmsalı üçün təklif etdikləri düsturda yerinə yazaq:

$$\rho = K_ç = \sqrt{\frac{\varphi^2}{(n_x-1)\cdot(n_y-1)}} = \sqrt{\frac{0{,}33^2}{(3-1)\cdot(3-1)}} = \sqrt{\frac{0{,}1089}{4}} = 0{,}08$$

qiymətini alırıq.

Beləliklə, bizim nümunəyə əsasən çapaq balığının kürülərinin ölçüləri ilə onların yağlılıqları arasındakı polixorik əlaqənin çox zəif olduğu məlum olur.

7.8. Alternativ əlamətlər üçün korrelyasiya əmsallarının (r_a) hesablanması

İki fərqli alternativ əlamət və ya göstəricinin asılılığının sıxlığını ölçmək üçün Britaniyalı statistiklər – Corc Edni Yule və Moris Corc Kendal tərəfindən təklif olunmuş Yule assosiasiya ($r_{ac.}$) və Karl Pirsonun təklif etdiyi Pirson kontingenti ($r_{KON.}$) əmsalından istifadə olunur. Bu əmsalların qiyməti mənfi birlə müsbət bir (-1-lə +1) arasında dəyişir. Qiymətin mənfi olması əlaqənin əks istiqamətli olduğunu göstərir. Nəzərə almaq lazımdır ki, eyni verilənlər üçün Pirson kontingentinin əmsalı həmişə Yule assosiasiya əmsalından ($r_{KON.} < r_{ac.}$) kiçik olur. $r_{KON.} \geq 0{,}3$ və $r_{ac.} \geq 0{,}5$ olarsa, deməli əlamətlər arasında əlaqə mövcuddür.

Alternativ əlamətlər üçün korrelyasiya əmsallarını hesablayarkən dördsahəli korrelyasiya şəbəkəsi qurulur ki, onlardan da iki sahə birinci əlamətə, digər iki sahə isə ikinci əlamətə aid olur.

Yule assosiasiya əmsalını hesablamaq üçün düstur aşağıdakı kimidir:

$$r_{ac.} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{a \cdot d + b \cdot c}$$

Pirson kontingenti əmsalını hesablamaq üçün düstur isə belədir:

$$r_{KON.} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{\sqrt{(a+b) \cdot (c+d) \cdot (a+c) \cdot (b+d)}}$$

Burada:

A, b, c, d – korrelyasiya şəbəkəsinin hər bir sahəsindəki nümunələrin sayıdır. Konkret misal üzərində izah edək.

Akvakulturada çəki balığının trixodinozu (xəstəlik törədən parazit) ilə mübarizə aparmaq məqsədilə suyun temperaturu $21-30^0$C olan 1,5%-li natrium xlorid (xörək duzu) məhlulu olan duz vannalarında dezinfeksiya edilmişdir. 1000 balıq nümunəsində bu profilaktika tədbiri nəticəsində xəstə balıqların sayı arasında hər-hansı əlaqənin olub olmadığını müəyyən etmək lazımdır. Yəni bu tədbirin xəstə balıqlara xeyri olubmu? Tutaq ki, göstəricilər cədvəl 7.7-dəki kimi olmuşdur.

Cədvəl 7.7

Çəki balığının trixodinozu xəstəliyinə qarşı aparılmış profilaktika tədbirinin nəticəsi

Göstəricilər	Trixodinoza yoluxanlar	Trixodinoza yoluxmayanlar	∑
Xörək duzu məhlulu ilə dezinfeksiya edilmiş balıqlar	100 (a)	400(b)	500
Xörək duzu məhlulu ilə dezinfeksiya edilməmiş balıqlar	430 (c)	70 (d)	500
∑	530	470	1000

Cədvəldəki məlumatlara əsasən Yule assosiasiya ($r_{ac.}$) və Pirson kontingenti ($r_{KON.}$) əmsallarını hesablayaq:

$$r_{ac.} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{a \cdot d + b \cdot c} = \frac{100 \cdot 70 - 400 \cdot 430}{100 \cdot 70 + 400 \cdot 430} = \frac{7000 - 172000}{7000 + 172000} =$$
$$= \frac{-165000}{179000} = -0{,}92$$

və

$$r_{KON.} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{\sqrt{(a+b) \cdot (c+d) \cdot (a+c) \cdot (b+d)}} =$$
$$\frac{100 \cdot 70 - 400 \cdot 430}{\sqrt{(100+400) \cdot (430+70) \cdot (100+430) \cdot (400+70)}} = \frac{7000 - 172000}{\sqrt{500 \cdot 500 \cdot 530 \cdot 470}} =$$
$$= \frac{-165000}{\sqrt{62275000000}} = \frac{-165000}{249549{,}59} = -0{,}66$$

Bizim misalımıza uyğun olaraq deyə bilərik ki, tədqiq olunan alternativ əlamətlər (xəstə və sağlam) arasında hər iki əmsala [Yule assosiasiya ($r_{ac.}$) və Pirson kontingenti ($r_{KON.}$) əmsalları] görə kifayət qədər sıx və tərs əlaqə vardır. Bu iki əmsal üzrə qeydə alınan korelyasiya əlaqələrinin göstəricilərini bir-biri ilə müqayisə etdikdə məlum olmuşdur ki, Yule assosiasiya ($r_{ac.}$) əmsalına görə müşahidə olunan əlaqə daha sıxdır. Misalımıza uyğun olaraq belə qənaətə gələ bilərik ki, xörək duzu məhlulunda çəki balıqlarının dezinfeksiya edilməsi ilə onlarda müşahidə olunan trixodinoz xəstəliyi arasında etibarlı və tərs əlaqə mövcüddür.

7.9. Bir neçə əlamət arasında olan korelyasiya əmsalının hesablanması

Yuxarıda iki əlamət arasındakı əlaqənin hesablanması üsullarını nəzərdən keçirtdik. Lakin çox vaxt üç və ya daha çox əlamət (amil) arasındakı əlaqənin müəyyən edilməsi tələb olunur. Məsələn, hər-hansı bir balıq növünün populyasiya strukturu öyrənilərkən onun məhsuldarlığının təkcə balıqların yaş tərkibindən deyil, həm də cins nisbətindən (erkək və dişi fərdlərin bir-birinə nisbətindən), yem bazasından, yaşayış mühitindən və s. asılılığını bilmək lazım gəlir. Belə hallarda öyrənilən əlamətlə bir neçə digər əlamət arasındakı əlaqənin, korrelyasiya əmsalının hesablanmasına ehtiyac yaranır. Bu zaman bir əlamətlə bir neçə əlamət arasındakı qarşılıqlı əlaqənin yaxınlığı müəyyən edilir.

Bir neçə əlamət arasındakı korelyasiya üç problemi həll edir. Onlar aşağıdakılardır:

• əlaqənin forması;
• əlaqənin sıxlığı (yaxınlığı);
• ayrı-ayrı amillərin ümumi nəticəyə təsiri.

Bir neçə əlamət arasındakı sərbəst korelyasiya əmsalı bizə məlum olduğu halda, biz bu əlamətlərdən hər hansı ikisi arasındakı xüsusi korrelyasiya əmsalını hesablaya bilərik. Yəni x və y əlamətləri ilə z əlaməti arasındakı sərbəst korelyasiya əmsalı məlumdursa, onda z əlaməti ilə x və ya y əlaməti arasındakı xüsusi korelyasiya əmsalını tapmaq olar.

Sərbəst korelyasiya əmsalı aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$R_{sk(xyz)} = +\sqrt{\frac{r_{xy}^2 + r_{yz}^2 - 2r_{yx} \cdot r_{yz} \cdot r_{xz}}{1 - r_{xz}^2}}$$

Burada:

$R_{sk(xyz)}$ – üç əlamət (x, y, z) arasındakı sərbəst korelyasiya əmsalı;

r_{xy}, r_{yz}, r_{xz} – cüt əlamətlər arasındakı xətti korrelyasiya əmsallarıdır.

Sərbəst korelyasiya əmsalının (R_{sk}) qiyməti həmişə müsbət olur və 0-la 1 arasında dəyişir. R_{sk}-nın qiymətinin 1-ə yaxınlaşması əlamətlər arasında olan əlaqələrin ən sıx olduğunu, R_{sk}=0 olması isə z əlaməti ilə x və y əlamətləri arasında xətti əlaqənin olmadığını göstərir. Əgər R_{sk}=1 olarsa, onda z əlaməti ilə x və y əlamətləri arasındakı əlaqə xəttidir.

Sərbəst korelyasiya əmsalının müəyyən edilməsinə nadir hallarda ehtiyac olur. Belə ki, bir əlamətə iki və daha artıq əlamətin necə təsir etdiyini öyrənmək lazım olduqda sərbəst korelyasiya əmsalı müəyyən edilir.

z əlamətinin sabit qiyməti ilə x və y əlamətləri arasındakı korrelyasiya əmsalını müəyyən etmək üçün aşağıdakı düsturdan istifadə olunur:

$$R_{xy(z)} = \frac{r_{xy} - r_{xz} \cdot z_{yz}}{+\sqrt{(1 - r_{xz}^2)(1 - r_{yz}^2)}}$$

$R_{xy(z)}$ ifadəsində z işarəsinin mötərizə içərisində yazılması o deməkdir ki, z əlamətinin x və y əlamətləri arasındakı korrelyasiyaya təsiri yoxdur.

y əlamətinin x və z əlamətləri arasındakı korelyasiyaya təsiri olmadıqda yuxarıdakı düstur aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$R_{xz(y)} = \frac{r_{xz} - r_{xy} \cdot z_{zy}}{+\sqrt{(1 - r_{xy}^2)(1 - r_{zy}^2)}}$$

x əlamətinin y və z əlamətləri arasındakı korelyasiyaya təsiri olmadıqda isə yuxarıdakı düstur belə olacaq:

$$R_{yz(x)} = \frac{r_{yz} - r_{yx} \cdot z_{zx}}{+\sqrt{(1 - r_{yx}^2)(1 - r_{zx}^2)}}$$

Ayrı-ayrı əlamətlər arasındakı xüsusi korrelyasiya əmsalının qiyməti – 1-lə +1 arasında dəyişə bilir.

Əlamətlər arasındakı xüsusi korelyasiya əmsalının qiymətinə əsasən hər bir əlamətin bütün digər əlamətlərlə nə dərəcədə əlaqəli olduğunu müəyyən etmək olar.

7.10. Reqresiyanın hesablanması

Korrelyasiya əmsalı yalnız iki əlamətin dəyişkənliyindəki əlaqənin sıxlığını göstərir. Lakin korrelyasiya əmsalına görə bir əlamətin göstəricisinin dəyişməsi ilə digərinin göstəricisinin necə dəyişdiyini izah etmək olmur. Bu sualın cavabını **reqressiya analizi** – dəyişənlərin əlaqəsinin öyrənilməsi üçün statistik üsul – verir.

Reqressiya əmsalı (R) – bir əlamətin göstəricisinin dəyişməsinin onunla əlaqəli (bağlı) olan digər əlamətin göstəricisinin necə dəyişdiyini müəyyən etməyə imkan verir. Yəni y əlamətin göstəricisinin dəyişməsinə uyğun olaraq x əlamətinin orta hesabla nə qədər dəyişdiyini müəyyən etmək olur.

Reqressiya əmsalının hesablanması aşağıdakıları müəyyən etməyə imkan verir:

• bir əlamətin göstəricisinin digərinə nisbətən nə qədər dəyişdiyini;

• nəticələri proqnozlaşdırmağa.

x və y əlamətləri üçün reqressiya əmsalları hər iki əlamətin korrelyasiya əmsalları və onların orta kvadratik kənarlaşmaları məlum olduqda aşağıdakı düsturlarla tapılır:

$$R_{xy} = r \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \text{ və } R_{yx} = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}.$$

Reqresiya əmsalını tapmaq üçün hər iki düsturda x və y əlamətləri arasındakı korelyasiya əmsalından (r) istifadə olunur. Bu göstərici hər iki dusturda eynidir. Yuxarıdakı düsturlara əsasən hər iki əlamətin reqresiya əmsallarının hasili onların arasındakı korelyasiya əmsalının kvadratına bərabər olacaqdır. Yəni,

$$R_{xy} \cdot R_{yx} = r \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \cdot r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = r^2 \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = r^2.$$

Yuxarıdakı misalımiza uyğun olaraq qızılı kefalın uzunluq (x) və kütlə (y) göstəriciləri üçün tapdığımız korelyasiya əmsalının qiymətinə əsasən bu əlamətlər üçün reqresiya əmsalını hesablayaq. Bizim misalımıza görə x və y əlamətlərinin orta kvadratik kənarlaşmaları və bu əlamətlər arasındakı korelyasiya əmsalı aşağıdakı kimi idi:

$\sigma_x = 61{,}8$ mm;
$\sigma_y = 103{,}68$ q;
$r = 0{,}57$.

Bu göstəriciləri $R_{xy} = r \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y}$ düsturunda yerinə yazsaq

$$R_{xy} = 0{,}57 \cdot \frac{61{,}8}{103{,}68} = 0{,}34 \text{ mm},$$

yəni, qızılı kefalın kütləsinin 1 q artması üçün onun uzunluğu 0,34 mm artır.

Uzunluğun kütləyə təsirinin tərs reqressiyası aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$R_{yx} = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 0{,}57 \cdot \frac{103{,}68}{61{,}8} = 0{,}96 \text{ q},$$

yəni, qızılı kefalın uzunluğunun 1 mm artması üçün onun kütləsi 0,96 q artır.

Yuxarıdakı misalımıza uyğun tapdığımız reqressiya əmsalının göstəriciləri çoxsaylı nümunələr (misalımızda hesablamalar 35 fərqli nümunə əsasında aparılmışdır) əsasında hesablandığından burada müəyyən qədər statistik xətanın olması labüddür. Ona görə də reqressiya əmsalının xətasını hesablamaq lazım gəlir. Reqresiya əmsalının xətası aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$n < 30 \text{ olduqda } m_R = \sqrt{\frac{1-R^2}{n-2}},$$

$$n \geq 30 \text{ olduqda } m_R = \sqrt{\frac{1-R^2}{n}}.$$

Bizim misalımızda n = 35 olduğuna görə biz ikinci düsturdan istifadə etməklə reqresiya əmsalının xətasını hesablayacağıq:

$$m_{Rxy} = \sqrt{\frac{1- R_{xy}^2}{n}} = \sqrt{\frac{1- 0,34^2}{35}} = \sqrt{\frac{1- 0,1156}{35}} = \sqrt{\frac{0,8844}{35}} = \sqrt{0,0253} = 0,159 \text{ mm.}$$

$$m_{Ryx} = \sqrt{\frac{1- R_{yx}^2}{n}} = \sqrt{\frac{1- 0,96^2}{35}} = \sqrt{\frac{1- 0,9216}{35}} = \sqrt{\frac{0,0784}{35}} = \sqrt{0,0022} = 0,047 \text{ q.}$$

Standart düstura əsasən reqresiya əmsalının etibarlılıq meyarının göstəricisini hesablayaq:

$$t_{Rxy} = \frac{R_{xy}}{m_{Rxy}} = \frac{0,34}{0,159} = 2,14;$$

$$t_{Ryx} = \frac{R_{yx}}{m_{Ryx}} = \frac{0,96}{0,047} = 21,82.$$

t-student cədvəlindəki etibarlılıq meyarının göstəricisi $t_{35} = 2,0$ olduqda ehtimal dərəcəsi P = 0,95 olur. Yəni belə hallarda qeydə alınan xəta 5%-dir (t-student cədvəlinə əsasən). Deməli bizim misalımıza uyğun hesablamalar zamanı reqresiya əmsalları (R_{xy} = 0,34 mm və R_{yx} = 0,96 q) üçün aldığımız qiymətlərin xətaları (m_{Rxy} = 0,159 mm və m_{Ryx} = 0,047 q) etibarlıdır.

8. DİSPERSİYA ANALİZİ

8.1. Dispersiya analizi – R. Fisher tərəfindən hazırlanmış bir biometrik bölmə kimi

Dispersiya analizi R. Fisher tərəfindən hazırlanmış xüsusi bir biometrik bölmədir. İxtioloji obyektlər, onların ətraf mühitin müxtəlif və mürəkkəb amilləri arasındakı qarşılıqlı əlaqələrini oyrənərkən ixtioloq bir sıra məsələləri mütləq nəzərə almalıdır. Onlardan bəziləri aşağıdakılardır: balıqların və digər canlı orqanizmlərin xüsusiyyətləri, onların inkişaf dinamikası, müxtəlifliyi, baş verən proseslərin səviyyəsi, gedişatı, bu proseslərin canlılara təsiri və s. Bundan başqa canlılara təsir edən müxtəlif amillərin təkcə bir fərdə deyil, ümumilikdə bütün populyasiyaya necə təsir etdiyini və onların təsirinin qiymətləndirilməsinə ehtiyac olur. Bir qayda olaraq korrelyasiya və ya reqressiya təhlilindən istifadə etməklə belə problemlərin həll olunması heç də həmişə qənaətbəxş nəticə vermir. Əldə edilmiş nümunələrin işlənməsinə əsasən canlı orqanizmə təsir edən bütün amillərin kompleks şəkildə öyrənilməsinə imkan verən, eyni zamanda bir sıra üstünlüklərə malik olan, rahat və mükəmməl statistik üsul dispersiya metodudur. Bu metodun nümunələrin təsadüfü seçilməsi prinsipinə əsaslanmaqla hətta az saylı nümunələr belə daha doğru təhlil oluna bilər.

Dispersiya analizi zamanı seçilmiş məlumatlar təhlil olunur, onlar statistik kompleksdə ümumiləşdirilir, sütunlar və sətirlərdən ibarət cədvəl halına salınır. Cədvəllərdə dəyişən əlamətin göstəriciləri əks olunur. Dispersiya analizini əks etdirən cədvəllər korrelyasiya əmsallarının hesablanmasında istifadə olunan cədvəllərə oxşayır.

Dispersiya analizinin əsas məqsədi öyrənilən əlamətin göstəricilərinin dəyişməsinə müxtəlif amillərin təsirinin statistik olaraq qiymətləndirilməsidir. Bu zaman hər bir amilin canlıya təsirini həm ayrıca, həm də ümumi şəkildə müəyyən etmək olar. Nəticədə əldə olunan göstərici ilə dəyişən əlamətin göstəriciləri arasında müəyyən fərq yaranır.

Ümumi dəyişkənlik və ya dispersiya (C_y) dəyişən əlamətin hər bir nümunəsinin göstəricisi ilə onun ədədi ortasının ($M_{ə.o.}$) fərqinin kvadratlarının cəminə bərabərdir və aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$C_y = \sum(v - M_{ə.o.})^2.$$

Bu ifadə əlamətin ümumi dispersiyası adlanır.

Əlamətin ümumi dispersiyasını (C_y) onun komponent (tərkib) hissələrinə ayırmaq olar:

- C_x dispersiya, nəzərə alınan müxtəlif amillərin təsiri altında yaranan dispersiya – faktorial dispersiya;
- C_z dispersiya, müxtəlif təsadüfi (qeydə alınmayan) amillərin təsiri altında yaranan dispersiya – qalıq dispersiya.

Ona görə də ümumi dispersiya, yəni hər hansı əlamətin müxtəlifliyi və dəyişkənliyi aşağıdakı kimi yazıla bilər:

$$C_y = C_x + C_z$$

Deməli, dispersiya analizinə faktorial (C_x) və qalıq (C_z) dispersiyaların hesablanması və təyin edilməsi daxildir.

Faktorial dispersiya əlamətə təsir edən xüsusi amilin ədədi ortasının ($M_{\text{xüsusi. ə.o.}}$) ona təsir edən bütün amillərin ədədi ortasının ($M_{\text{ümumi. ə.o.}}$) fərqinin kvadratları cəminə bərabərdir və aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$C_x = \sum(M_{\text{xüsusi. ə.o.}} - M_{\text{ümumi. ə.o.}})^2 \text{ və ya}$$
$$C_x = \sum n_x \, (M_{\text{xüsusi. ə.o.}} - M_{\text{ümumi. ə.o.}})^2.$$

Burada:

n_x – əlamətə təsir edən amillərin sayıdır.

Qalıq dispersiyanı (C_z) dəyişən əlamətin hər bir nümunəsinin göstəricisi ilə ona təsir edən xüsusi amilin ədədi ortasının ($M_{\text{xüsusi. ə.o.}}$) fərqini kvadrata yüksəltməklə tapmaq olar. Bunu düstur şəklində aşağıdakı kimi yaza bilərik:

$$C_x = \sum(v - M_{\text{xüsusi. ə.o.}})^2$$

Əgər bir neçə amilin (məsələn, uzunluq – A, yaş – B) təsiri altında əlamətin dəyişkənliyini öyrənmək tələb olunursa, onda faktorial dispersiya (C_x) hər bir amilin ayrı-ayrılıqda (A və B) və hər iki amilin birlikdə (AB) dispersiyalarının cəminə bərabər olacaqdır. Bunu düstur şəklində $C_x = C_A + C_B + C_{AB}$ yazmaq olar. Onda ümumi dispersiya aşağıdakı kimi hesablanacaqdır:

$$C_y = C_A + C_B + C_{AB} + C_z.$$

Faktorial dispersiyanın qiyməti azaldıqca, qalıq dispersiyanın qiyməti isə əksinə artdıqca, dispersiya analizi ilə öyrənilən əlamətin dəyişkənliyi də bir o qədər az olur.

Dispersiya analizinin köməyi ilə faktorial və qalıq dispersiyaların dəyişən əlamətin orta göstəricisinə nisbətini və ya ona təsir dərəcəsini hesablamaq olar. Bunun üçün faktorial (C_x) və qalıq (C_z) dispersiyaların qiymətini ümumi dispersiyanın (C_y) qiymətinə bölmək lazımdır.

Əlamətin göstəricisinin dəyişməsinə səbəb olan faktorial və qalıq amillərin təsiri eta kvadratı (η^2) ilə işarə olunur və aşağıdakı kimi hesablanır:

faktorial amillər üçün – $\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y}$ və

qalıq amillər üçün – $\eta_z^2 = \frac{C_z}{C_y}$.

Bu ifadələrin kvadrat kökü korrelyasiya nisbətinə bərabər olacaqdır – $\eta_x = \sqrt{\frac{C_x}{C_y}}$ və $\eta_z = \sqrt{\frac{C_z}{C_y}}$.

Əgər ümumi dəyişkənlik vahid (1) və ya 100% götürülərsə, onda faktorial və qalıq amillərinin əlamətin dəyişkənliyinə təsir payı onun (vahidin və ya faizin) hissələri olacaqdır:

$\eta_y^2 = \eta_x^2 + \eta_z^2 = 1$, buradan da $\eta_x^2 = 1 - \eta_z^2$, $\eta_z^2 = 1 - \eta_x^2$.

Beləliklə, dispersiya analizi zamanı dəyişən əlamətin orta göstəricisini əks etdirən nümunələri işləmədən (xüsusi qaydada emal etmədən) birləşmə əmsalları haqqında müəyyən məlumat əldə etmək mümkündür.

Dispersiya analizi bir neçə mərhələdə – statistik kompleksin cədvəllərinin işlənilməsi və dispersiya təhlilinin xülasə cədvəllərinin tərtib edilməsi yolu ilə – həyata keçirilir.

Dispersiya təhlilinin birinci mərhələsi ümumi, faktorial və qalıq dispersiyaları (C_y, C_x, C_z) almaq üçün statistik kompleksi emal etməkdir. İkinci mərhələdə hər bir xüsusi dispersiyanın (dəyişən əlamətə ayrı-ayrı amillərin təsirinin) ümumi dispersiyadakı payları hesablanaraq η_x^2 və η_z^2 tapılır. Üçüncü mərhələdə müəyyən düsturlardan istifadə etməklə hər bir dispersiya üçün hesablanmış sərbəstlik dərəcələrinin sayı azaldılır, yəni dispersiyalar tənzimlənir və aşağıdakı düsturlardan istifadə etməklə hesablanır:

$$\sigma_x^2 = \frac{C_y}{v_y},\ \sigma_x^2 = \frac{C_x}{v_x} \text{ və } \sigma_z^2 = \frac{C_z}{v_z}$$

Burada:

σ^2 – tənzimlənmiş dispersiya (və ya kənaraçıxma);

v_y – sərbəstlik dərəcələrinin sayı nəzərə alınmaqla tənzimlənmiş ümumi dispersiya;

v_x – sərbəstlik dərəcələrinin sayı nəzərə alınmaqla tənzimlənmiş faktorial dispersiya;

v_z – sərbəstlik dərəcələrinin sayı nəzərə alınmaqla tənzimlənmiş qalıq dispersiyadır.

Əgər tənzimlənmiş dispersiyalardan kvadrat kök alsaq, onda orta kvadratik kənarlaşmanın (σ) qiymətini tapmış olarıq. Orta kvadratik kənarlaşmanı tapmaq üçün düsturlar aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{C_y}{v_y}} = \sqrt{\frac{\sum(v - M_{ə.o.})^2}{v_y}}$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{C_x}{v_x}} = \sqrt{\frac{\sum(M_{xüsusi\ ə.o.} - M_{ə.o.})^2}{v_x}}$$

$$\sigma_z = \sqrt{\frac{C_z}{v_z}} = \sqrt{\frac{\sum(v - M_{ə.o.})^2}{v_z}}$$

Dispersiya təhlilinin dördüncü mərhələsi faktor dispersiyasının qiymətinin etibarlı olub-olmaması, yəni nəzərdə tutulmuş amilin (x və ya A, B, AB və s.) dəyişən əlamətin göstəricisinə təsirinin etibarlı olub-olmamasını müəyyən etməkdir. Bunun üçün faktor dispersiyalarını qalıq dispersiyaya bölməklə Fisher əmsalı (F) aşağıdakı kimi tapılır:

$$F = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_z^2};\ F = \frac{\sigma_A^2}{\sigma_z^2};\ F = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_z^2};\ F = \frac{\sigma_{AB}^2}{\sigma_z^2}$$

Faktor dispersiyalarının fərqlərinin etibarlılığını qiymətləndirmək üçün hesablanmış qiymət $F_{hesablanmış}$ xüsusi Fisher cədvəlindəki müvafiq qiymətlə $F_{cədvəl}$ müqayisə edilir. Əgər F-nin hesablanmış qiyməti onun cədvəldəki qiymətindən böyük və ya ona bərabər olarsa, onda bu dəyişən əlamətə təsir edən amilin etibarlı olduğunu göstərir.

8.2. Statistik komplekslərin tipləri – birfaktorlu, ikifaktorlu, üçfaktorlu və çoxfaktorlu statistik komplekslər

Dispersiya analizində nümunələrin təhlili üçün istifadə olunan düsturların və üsulların seçilməsi onların sayından (təhlil ediləcək nümunələrin çox və ya az olmasından), həmçinin statistik kompleksin strukturundan (quruluşundan) asılıdır.

Statistik komplekslər dispersiyanı öyrənmək üçün onların hər birinə neçə amilin daxil olması ilə fərqlənirlər.

Statistik komplekslər aşağıdakılardır:

- birfaktorlu;
- ikifaktorlu;
- üçfaktorlu;
- çoxfaktorlu.

Statistik komplekslər onlara daxil olan amillərin siniflərində tezliklərin nisbəti ilə də bir-birindən fərqlənirlər.

8.3. Birdən çox faktoru olan statistik komplekslər – bərabərformalı, proporsional (mütənasib), qeyri-bərabər

Birdən çox amili olan statistik komplekslər aşağıdakılardır:

- bərabər;
- mütənasib;
- qeyri-bərabər.

Bərabər komplekslərdə faktor sinifləri üzrə qeydə alınan müşahidələrin sayı (nümunələrin miqdarı) eyni olur və onların nisbəti 1:1:1 kimidir.

Azsaylı nümunələr əsasında bir misal üzərində izahat verək. Cədvəl 8.1-də iki amilin təsirindən asılı olan bərabər statistik kompleks verilmişdir. Burada çay sıfının bədən kütləsi (q-la) bir amil – (A) və onun yaşı (il ilə) isə ikinci amildir –

(B). Bu amillərdən asılı olaraq çay sıfının beyninin kütləsinin (mq-la) dəyişməsini nəzərdən keçirək.

Cədvəl 8.1

Azsaylı nümunələr üçün bərabər paylanmış statistik kompleks (A amili – bədən kütləsi, B amili balığın yaşı)

A amili (bədən kütləsi, q-la)	A_1= 0-100		A_2= 101-200		A_3= 201-300	
B amili (balığın yaşı, il-lə)	B_1= 1+	B_2= 2+	B_1= 1+	B_2= 2+	B_1= 1+	B_2= 2+
Dəyişən əlamət v (balığın beyninin kütləsi, mq-la)	100	109	131	147	173	207
	105	124	117	162	165	200
	107	139	129	139	179	212
Nümunələrin sayı p və ya n_x	3	3	3	3	3	3

Statistik kompleksin strukturunda A faktorunu (bədən kütləsinə görə) üç, B faktorunu isə (balığın yaşına görə) iki sinifə ayıraq: A faktoru – A_1 – 0-100 q; A_2 – 101-200 q; A_3 – 201-300 q, B faktoru – B_1 –1+; B_2 – 2+. Balığın yaşı ilə onun kütləsi arasında müəyyən uyğunsuzluq olur. Belə ki, yaxşı qidalanan balıqlar daha iri olur, zəif qidalananlar isə xırda qalır. Bununla əlaqədar olaraq eyni kütləyə malik olan balıqlar müxtəlif yaşlarda ola bilirlər. Ona görə də A amilinin hər bir sinfinə B_1 və B_2 amilləri təsir göstərə bilir. Bunu cədvəldə nəzərə almışıq. Beləliklə, 33 nömrəli cədvəldəki kompleksə görə A amilinin 3, B amilinin isə 6 sinif və ya qrupu vardır. Tədqiq olunmuş 18 ədəd çay sıfının beyninin kütləsinin göstəriciləri üç-üç olmaqla bütün qruplarda bərabər paylanmışdır. Deməli, cədvəldə verilmiş kompleks bərabər paylanmış iki amilli tipə malikdir.

Cədvəl 8.2-də yuxarıdakı misala uyğun olaraq 21 ədəd çay xanısına dair əldə olunmuş nümunələr əsasında iki müxtəlif amilin təsirindən asılı olan mütənasib kompleks verilmişdir.

Cədvəl 8.2

Azsaylı nümunələr üçün mütənasib paylanmış statistik kompleks (n=21)

A amili (bədən kütləsi, q-la)	A_1= 0-100		A_2= 101-200		A_3= 201-300	
B amili (balığın yaşı, il-lə)	B_1= 1+	B_2= 2+	B_1= 1+	B_2= 2+	B_1= 1+	B_2= 2+
Dəyişən əlamət v (balığın beyninin kütləsi, mq-la)	100	109	131	147	173	207
	105	124	117	162	165	200
		139	129	139		212
		131		141		208
				138		
				139		
Nümunələrin sayı p və ya n_x	2	4	3	6	2	4
A amilinə görə B amilinin qruplar üzrə paylanması	1:2		1:2		1:2	

Göründüyü kimi bu kompleksdə hər bir A amilinə uyğun olan iki B amilinin bir-birinə nisbəti 1:2 kimidir, baxmayaraq ki, hər bir sinifə (qrupa) düşən nümunələrin sayı fərqlidir.

Bərabər və mütənasib paylanmış komplekslərdə ayrı-ayrı amil dispersiyalarının cəmi ümumi faktor dispersiyasına bərabərdir, yəni

$$C_A + C_B + C_{AB} = C_x.$$

İndi isə qeyri-bərabər statistik kompleksə aid bir misala baxaq. Cədvəl 8.3-də qeyri-bərabər statistik kompleksə dair misal verilmişdir. Cədvəldən görünür ki, A amilinə görə B amilinin qruplar üzrə paylanması qeyri bərabərdir. Belə ki, bu paylanma A_1-ə görə 1:2, A_2-yə görə 1:1, A_3-ə görə isə 1:2 kimidir.

Cədvəl 8.3

Azsaylı nümunələr üçün qeyri-bərabər paylanmış statistik kompleks (n=22)

A amili (bədən kütləsi, q-la)	A_1= 0-100		A_2= 101-200		A_3= 201-300	
B amili (balığın yaşı, il-lə)	B_1= 1+	B_2= 2+	B_1= 1+	B_2= 2+	B_1= 1+	B_2= 2+
Dəyişən əlamət v (balığın beyninin kütləsi, mq-la)	100	109	131	147	173	207
	105	124	117	162	165	200
		139	129	139		212
		131	134	141		208
			123	138		
Nümunələrin sayı p və ya n_x	2	4	5	5	2	4
A amilinə görə B amilinin qruplar üzrə paylanması	1:2		1:1		1:2	

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi, statistik kompleksin tərtib olunması üçün istifadə edilən düsturlar və məlumatların emal olunması texnikası onun növündən (bərabər, mütənasib, qeyri-bərabər) asılı olaraq dəyişir.

8.4. Azsaylı nümunələr əsasında birfaktorlu kompleksin işlənməsi

Bir faktorlu komplekslər qeyri-bərabər olmur, çünki onların strukturunda yalnız bir amilə görə siniflər təmsil olunur.

Ümumi dispersiyanı hesablamaq üçün aşağıdakı iş düsturlarından istifadə olunur:

$$C_y = \sum v^2 - \frac{(\sum v)^2}{n} \text{ və ya } C_y = \sum v^2 - H.$$

Burada:

v – dəyişən əlamətin hər bir nümunəsinin göstəricisidir.

Yuxarıdakı düsturu sadələşdirmək məqsədilə onda $\frac{(\sum v)^2}{n}$ ifadəsi H ilə əvəzlənmişdir.

Qalıq dispersiya aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$C_z = \sum v^2 - \sum h_x, \text{ buradan da}$$
$$\sum h_x = \frac{(\sum v_x)^2}{n_x}$$

Burada:

$\sum v_x$ – tədqiq olunan amilin hər bir sinfi üçün dəyişən əlamətin bütün nümunələrinin göstəricilərinin cəmidir;

n_x – tədqiq olunan amilin hər bir sinfə düşən nümunələrinin sayıdır.

Faktiki dispersiya aşağıdakı düsturla hesablanır:

$$C_x = \sum h_x - H$$

Bir faktorlu kompleksə dair bir nümunə cədvəl 8.4-də verilmişdir.

Cədvəl 8.4

Birfaktorlu kompleksə dair nümunə (n=24)

A amili (bədən kütləsi, q-la)	A amilinin sinifləri			Cəmi
	A_1= 0-100	A_2= 101-200	A_3= 201-300	
Dəyişən əlamət v (balığın beyninin kütləsi, mq-la)	100, 105, 109, 124, 139, 131, 121, 134	131, 117, 129, 147, 162, 139, 141, 138	173, 165, 207, 200, 212, 208, 223, 254	$\sum v$ = 3709
v^2	10000, 11025, 11881, 15876, 19321, 17161, 14641, 17956	17161, 13689, 16641, 21609, 26244, 19321, 19881, 19044	29929, 27225, 42849, 40000, 44944, 43264, 49729, 64516	$\sum v^2$ = 613907
n_x	8	8	8	n = 24
$\sum v_x$	963	1104	1642	$\sum v_x$ = 3709
$(\sum v_x)^2$	927369	1218816	2696164	
$h_x = \frac{(\sum v_x)^2}{n_x}$	$\frac{927369}{8}$ = 115921,1	$\frac{1218816}{8}$ = 152352,0	$\frac{2696164}{8}$ = 337020,5	$\sum h_x$ = 605293,6
$M_{x.\ ə.o.} = \frac{\sum v_x}{n_x}$	$\frac{963}{8}$ = 120,4	$\frac{1104}{8}$ = 138,0	$\frac{1642}{8}$ = 205,3	$M_{ümumi\ ə.o.} = \frac{\sum v_x}{n} = \frac{3709}{24}$ = 154,5

$$H = \frac{(\sum v)^2}{n} = \frac{3709^2}{24} = \frac{13756681}{24} = 573195{,}0.$$

Cədvəldəkı göstəricilər cərgələr üzrə aşağıdakılardır: birinci cərgədə çay sıfının bədən kütləsi üç sinifə – 0-100 q, 101-200 q, 201-300 q olan fərdlər – ayrılaraq sütunlarda verilmişdir. İkinci cərgədə hər bir balığın kütləsinə uyğun onun beyninin kütləsi yazılmışdır. Üçüncü cərgədə hər bir balığın beyninin kütləsi kvadrata yüksəldilərək müvafiq siniflərdə verilmişdir. Dördüncü cərhədə hər bir sinifə düşən nümunələrin sayı əks olunmuşdur. Beşinci cərgədə hər sinifə düşən nümunələrin kütlələrinin cəmi verilmişdir. Altıncı cərgədə siniflərə düşən hər bir nümunənin kütlələrinin kvadratlarının cəmi hesablanaraq yazılmışdır. Yeddinci cərgədə hər bir sinfə düşən nümunələrin kvadratları cəmi həmin sinifdə olan nümunələrin sayına bölünmüşdür. Sonuncu, səkkizinci cərgədə isə hər bir sinifə düşən nümunələrin ədədi ortaları hesablanaraq yazılmışdır.

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi statistik kompleksi üçün müvafiq hesablamalar aparılaraq tərtib olunduqdan sonra variasiya təhlilini davam edə bilərik.

Variasiya təhlili metodundan istifadə edərək, hər bir sinif üçün (A_1, A_2, A_3) balığın bədən kütləsi ilə onun beyninin kütləsi arasında asılılığın, yəni bədən kütləsi dəyişdikcə beynin kütləsinin necə dəyişdiyinin etibarlılığını və təsir payını müəyyən edirik. Bunun üçün C_y, C_x, C_z dispersiyalarını yuxarıda qeyd etdiyimiz düsturlara əsasən tapırıq:

$C_y = \sum v^2 - H = \sum v^2 - \frac{(\sum v)^2}{n} = 613907{,}0 - 573195{,}0 =$ 40712,0;

$C_x = \sum h_x - H = 605293{,}6 - 573195{,}0 = 32098{,}6$;

$C_z = \sum v^2 - \sum h_x = 613907{,}0 - 605293{,}6 = 8613{,}4$.

Hesablamaların düzgünlüyünü $C_y = C_x + C_z$ düsturuna əsasən yoxlaya bilərik, yəni 40712,0 = 32098,6 + 8613,4.

İndi isə gəlin dispersiyalar üzrə əldə edilmiş məlumatlara əsasən, dispersiya analizinin icmal cədvəlini tərtib edək. Bu cədvəldə faktorial, qalıq və ümumi dispersiyalar (x, z və y) üçün sütunlar verilmişdir (cədvəl 8.5).

Cədvəl 8.5

Dispersiya analizinin icmal cədvəli (n=24)

A amili (bədən kütləsi, q-la)	x	z	y
	32098,6	8613,4	40712,0
x və z amillərinin C-yə təsiri, η^2	$\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y} = \frac{32098{,}6}{40712{,}0} =$ 0,788 = 78,8%	$\eta_z^2 = \frac{C_z}{C_y} = \frac{8613{,}4}{40712{,}0} =$ 0,212 = 21,2%	$\eta_x^2 + \eta_z^2 = \eta_y^2 = 1$ = 100%
Dispersiyaların sərbəstlik dərəcələrinin sayı, v	$v_x = l_x - 1 = 3 - 1$ = 2	$v_z = n - l_x =$ = 24 – 3 = 21	$v_y = n - 1 =$ = 24 – 1 = 23
Tənzimlənmiş dispersiya σ^2	$\sigma_x^2 = \frac{C_x}{v_x} = \frac{32098{,}6}{2} =$ 16049,3	$\sigma_z^2 = \frac{C_z}{v_z} = \frac{8613{,}4}{21} =$ 410,16	-
F (Fişer) etibarlılıq əmsalı	$\frac{\sigma_x^2}{\sigma_z^2} = \frac{16049{,}3}{410{,}16} = 39{,}1$	-	-
F (Fişer) cədvəlində v_z = 21, v_x = 2 olduqda	0,95-də – 3,5 0,99-da – 5,8 0,999-da – 9,8	-	-

Cədvəldə hesablamalar cərgələr üzrə aşağıdakı kimidir. Birinci cərgədə hər bir dispersiya üçün yuxarıda hesablayaraq əldə etdiyimiz qiymətlər yazılmışdır. İkinci cərgədə η^2, yəni tədqiq olunan x amilinin və nəzərə alınmayan z amillərinin dispersiyaya (C-yə), yəni əlamətinin dəyişkənliyinə təsir payı (və ya faizi) hesablanmışdır. Bunun üçün hər bir fərqin ümumi dispersiyaya nisbəti hesablanır. Hesablamanın düzgünlüyünü yoxlamaq üçün sonuncu sutunda toplama aparılır.

Üçüncü cərgədə dispersiyaların sərbəstlik dərəcələrinin sayı (v) müəyyən edilir. Faktorial dispersiyanın (C_x) sərbəstlik dərəcəsinin sayı siniflərin sayından (l_x) bir çıxılmaqla tapılır. Qalıq dispersiyanın (C_z) sərbəstlik dərəcəsinin sayını isə nümunələrin ümumi sayından siniflərin sayını (l_x) çıxmaqla müəyyən etmək olar. Ümumi dispersiyanın (C_y) sərbəstlik dərəcəsinin sayı nümunələrin ümumi sayından bir çıxmaqla tapılır.

Dördüncü cərgədə tənzimlənmiş dispersiya (və ya kəraraçıxma) σ^2 hesablanır. Tənzimlənmiş dispersiyanı tapmaq üçün faktorial və qalıq dispersiyaların birinci cərgədəki qiymətləri onların sərbəstlik dərəcələrinin sayına (v-yə) bölünür.

Beşinci cərgədə dispersiya analizinin son mərhələsi olan faktor dispersiyasının etibarlılığını, yəni təsir edən faktorun əlamətin dəyişkənliyinə təsirinin və payının etibarlı olub olmadığı müəyyən edilir. Bunun üçün faktorial dispersiyanın tənzimlənmiş qiymətini qalıq dispersiyanın tənzimlənmiş qiymətinə bölmək lazımdır. Alınan rəqəm Fisher etibarlılıq əmsalı (F) adlanır və o, Fişer cədvəlindəki müvafiq rəqəmlə müqayisə edilir.

Altıncı cərgədə Fişer cədvəlində $v_z = 21$ və $v_x = 2$-yə uyğun qiymətlər verilmişdir.

Beləliklə, bizim misala görə çay sıfının bədən kütləsinin artmasının onun beyninin kütləsinin dəyişməsinə təsirinin nəticəsi F = 39,1-dir. Bu qiymət də Fişer cədvəlindəki 0,999 ehtimalından yüksəkdir. Buna əsasən deyə bilərik ki, çay sıfının bədən kütləsinin artması onun beyninin kütləsinin artmasına ciddi təsir göstərir. Hesablamalarımıza görə çay sıfının kütlə amilinin onun beyin kütləsinin artmasına təsir dispersiyası 78,8%-dir. Beynin kütləsinin artmasına təsir göstərən digər qalıq amillərin cəmi isə 21,2% təşkil edir.

TÖVSİYYƏ OLUNAN ƏDƏBİYYAT

Əbdurrəhmanov Y.Ə. Azərbaycan faunası. Balıqlar. Bakı: Azərb. SSR EA, 1966, 223 s.

Mustafayev Q.T., Tağıyev Ə.N., Sadıqova N.A. Onurğalılar zoologiyası (ali məktəblər üçün dərslik). Bakı: BDU-nun nəşriyyatı, 2009, 485 c.

Боголюбов А.Г. Столетие биометрии в России // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. т.4. №2. 2002. с.189-196.

БондаренкоА.С., Жигунов А.В. Статистическая обработка материалов лесоводственных исследований: учебное пособие. СПб.: Изд-во Политех. Университета, 2016. 123 с.

Горшенина М.В., Горшенина О.В. Вклад русских ученых в развитие статистики как науки // Молодой ученый. 2012. №12. С. 190-192.

Зиновьев Е.А., Мандрица С.А. Методы исследования пресноводных рыб. Пермь, 2003. 113 с.

Ивантер Э.В. Основы практической биометрии. Петрозаводск: изд-во Карелия, 1969. 96 с.

Ивантер Э.В., Коросов А.В. Введение в количественную биологию. Петрозаводск: изд-во ПетрГУ, 2011. 302 с.

Ивантер Э.В., Коросов А.В. Элементарная биометрия. Петрозаводск: изд-во ПетрГУ, 2013. 110 с.

Крюков В.И. Статистические методы изучения изменчивости. Орел: Изд-во ГАУ, 2006. 208 с.

Лакин Г.Ф. Биометрия: учебное пособие. М.: Высшая школа, 1990. 351 с.

Леонтович А.В. Биологическая статистика в применении к сельскому хозяйству. М., 1922. 78 с.

Меньшуткин В.В. Метод моделирования в динамике численности рыб. М.: Всесоюзный научно-исследовательский институт морского рыбного хозяйства и океанографии «ВНИРО», 1964. 60 с.

Никольский Г.В. О биологических основах математического моделирования динамики популяций рыб // Вопросы ихтиологии. Т.3. Вып.2. 1963. С 591-610.

Пасеков В.П. О теоретических проблемах биометрического и причинного подходов в популяционных исследованиях. М.: ВЦ им. А.А. Дородницына РАН, 2005. 63 с.

Плохинский Н.А. Дисперсионный анализ Новосибирск: Изд-во СО АН СССР, 1960. 124 с.

Плохинский Н.А. Математические методы в биологии. М.: МГУ, 1978, 264 с.

Плохинский Н.А. Алгоритмы биометрии. М.: МГУ, 1980. 150 с.

Правдин И.Ф. Руководство по изучению рыб. М.: Пищепромиздат, 1966. 376 с.

Рокицкий П.Ф. Биологическая статистика. Изд. 3-е, испр. Минск: Вышэйш. школа, 1973. 320 с.

Фишер Р. Статистические методы для исследователей. М.: Госстатиздат, 1958. 267 с.

Чудновская Г.В. Математические методы в биологии: учебное пособие. Иркутск: Изд-во ИрГСХА, 2013. 112 с.

Чудновская Г.В., Саловаров В.О., Демидович А.П. Биометрия в ихтиологии: учебное пособие. Иркутск: Изд-во ИрГАУ, 2018. 156 с.

Яковенко А.М. Биометрические методы анализа качественных и количественных признаков в зоотехнии: учебное пособие для студентов вузов, магистров, аспирантов. М.: СтГАУ, 2013. 91 с.

MÜNDƏRİCAT